

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант II

8-10 класс.

№ 1

	V (км/мин)	t (мин)	S (км)	
по ветру	$V + a$	3	1	V - скорость велосипедиста
против ветра	$V - a$	5	1	a - скорость ветра

Условие:

$$3(V + a) = 5(V - a)$$

$$3V + 3a = 5V - 5a$$

$$2V = 8a$$

$$a = \frac{1}{4} V$$

Найти V из таблицы?

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	+	+	+	0

$$3(V + a) = 1$$

$$3 \cdot \frac{5}{4} V = 1$$

$$\frac{15}{4} V = 1$$

$$V = \frac{4}{15}$$

Собственная скорость велосипедиста $\frac{4}{15}$ км/мин, значит

1 км он проедет за $\frac{15}{4} = 3,75$ мин.

Ответ. за 3,75 мин

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Рассмотрим первое число. Ищем:

$$7,5 < \sqrt{60}$$

$$9 < \sqrt{84}$$

$$11 < \sqrt{140}$$

$$\sqrt{60} < \sqrt{84}$$

$$\sqrt{84} < \sqrt{140}$$

Ищем:

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 15 + 7,5 + 9 + 11$$

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 42,5$$

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > \sqrt{42,5}$$

Теперь рассмотрим второе число:

$$6,5 = \sqrt{42,25}$$

Получили, что первое число $> \sqrt{42,5}$, а то

второе как второе число равно $\sqrt{42,25}$. Поскольку $\sqrt{42,5} > \sqrt{42,25}$

первое число больше.

Ответ: первое (левое) число больше.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 7,5 \\ \hline 37,5 \\ 525 \\ \hline 5625 \end{array} < 60$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6,5 \\ + 6,5 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 42,25 \end{array}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 6

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \overset{\sin x}{\cancel{2}} - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 6 \sin x = 0$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x \cos x + 6 \sin x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 4 \sin x) + \sin^2 x (\cos x - 4 \sin x) - 2(\cos x - 4 \sin x) = 0$$

$$(\cos x - 4 \sin x) (\sin^2 x + \cos x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x - 4 \sin x = 0 & \textcircled{a} \\ \sin^2 x + \cos x - 2 = 0 & \textcircled{b} \end{cases}$$

$$a) 4 \sin x - \cos x = 0$$

разделим на $\cos x \neq 0$ ← не корень

$$4 \operatorname{tg} x - 1 = 0$$

$$4 \operatorname{tg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{4}$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$b) \sin^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 = -3 < 0 \text{ корней нет.}$$

$$\text{Ответ: } \operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Место проведения МАДИ - г. Москва

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N 7

$$\log_{|1-2x|} (3-x) \geq 1$$

003:

$$\begin{cases} |1-2x| > 0 \\ 3-x > 0 \\ |1-2x| \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 0, 5 \\ x < 3 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая:

$$I \quad |1-2x| > 1$$

$$\begin{cases} 1-2x > 1 \\ 1-2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 0 \\ 2x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

На данном промежутке неравенство верно при:

$$3-x \geq |1-2x| \quad \text{Запишем } \text{на разных интервалах}$$

$$a) \quad x < 0$$

$$3-x \geq 1-2x$$

$$x \geq -2$$

$$\text{Итого } x \in [-2; 0)$$

$$b) \quad x > 1$$

$$3-x \geq 2x-1$$

$$3x \leq 4$$

$$x \leq \frac{4}{3}$$

$$\text{Итого } x \in (1; \frac{4}{3}]$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\text{II} \quad |1 - 2x| < 1$$

$$\begin{cases} 1 - 2x < 1 \\ 1 - 2x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ 2x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \end{cases}$$

На данном промежутке неравенство верно при:

$$3 - x \leq |1 - 2x|$$

Рассмотрим случаи по разным интервалам:

$$a) \quad x \in (0; 0,5)$$

$$3 - x \leq 1 - 2x$$

Корней нет

$$x \leq -2$$

$$b) \quad x \in (0,5; 1)$$

$$3 - x \leq 2x - 1$$

$$3x \geq 4$$

Корней нет

$$x \geq \frac{4}{3}$$

Значит решений есть только в первом случае.

$$\text{Ответ: } [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3})$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 5

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + 2 \\ 9x + z + y = 6 + xz + yx \end{cases}$$

$$\begin{cases} ~~x^2~~ yz - xz - 3z + x^2 - yx + 3x = 2 \\ z - xz + y - xy + 9x - 9 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(y - x - 3) - x(y - x - 3) = 2 \\ z(1 - x) + y(1 - x) - 9(1 - x) = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y - x - 3)(z - x) = 2 & \textcircled{a} \\ (x - 1)(z + y - 9) = 3 & \textcircled{b} \end{cases}$$

Рассмотрим выражение δ :

При каких значениях x возможны 4 случая:

$$\begin{array}{ll} \text{I} \quad \begin{cases} x - 1 = 1 \\ z + y - 9 = 3 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ z + y = 12 \end{cases} \\ \text{II} \quad \begin{cases} x - 1 = 3 \\ z + y - 9 = 1 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ z + y = 10 \end{cases} \\ \text{III} \quad \begin{cases} x - 1 = -1 \\ z + y - 9 = -3 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z + y = 6 \end{cases} \\ \text{IV} \quad \begin{cases} x - 1 = -3 \\ z + y - 9 = -1 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ z + y = 8 \end{cases} \end{array}$$

Рассмотрим выражение a .

При каких значениях x возможны 4 случая:

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \left\{ \begin{array}{l} y - x - 3 = 2 \\ z - x = 1 \end{array} \right. \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 5 + x \\ z = x + 1 \end{array} \right.$$

$$\text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} y - x - 3 = 1 \\ z - x = 2 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 4 + x \\ z = 2 + x \end{array} \right.$$

$$\text{III} \quad \left\{ \begin{array}{l} y - x - 3 = -1 \\ z - x = -2 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} y = x + 2 \\ z = x - 2 \end{array} \right.$$

$$\text{IV} \quad \left\{ \begin{array}{l} y - x - 3 = -2 \\ z - x = -1 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} y = x + 1 \\ z = x - 1 \end{array} \right.$$

Подставим каждое возможное значение x из выражения δ в выражения α и проверим, удовлетворяют ли выражения α и β условиям y и z .

$$1) \quad z = 2 \quad z + y = 12$$

$$a) \left\{ \begin{array}{l} y = 9 \\ z = 3 \end{array} \right. \quad z + y = 10 \quad \text{ложно}$$

$$\delta_1 \left\{ \begin{array}{l} y = 6 \\ z = 4 \end{array} \right. \quad z + y = 10 \quad \text{ложно}$$

$$\theta_1 \left\{ \begin{array}{l} y = 4 \\ z = 0 \end{array} \right. \quad y + z = 4 \quad \text{ложно}$$

$$z) \left\{ \begin{array}{l} y = 3 \\ z = 1 \end{array} \right. \quad y + z = 4 \quad \text{ложно}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2) $x = 4$ $z + y = 10$

a) $\begin{cases} y = 9 \\ z = 5 \end{cases}$

$y + z = 14$ верно

b) $\begin{cases} y = 8 \\ z = 6 \end{cases}$

$y + z = 14$ верно

b) $\begin{cases} y = 6 \\ z = 2 \end{cases}$

$y + z = 8$ верно

2) $\begin{cases} y = 5 \\ z = 3 \end{cases}$

$y + z = 8$ верно

3) $x = 0$

$z + y = 6$

a) $\begin{cases} y = 5 \\ z = 1 \end{cases}$

$z + y = 6$ верно

b) $\begin{cases} y = 4 \\ z = 2 \end{cases}$

$y + z = 6$ верно

b) $\begin{cases} y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$

$y + z = 0$ верно

2) $\begin{cases} y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$

$y + z = 0$ верно

4) $x = -2$

$y + z = 8$

a) $\begin{cases} y = 3 \\ z = -1 \end{cases}$

$y + z = 2$ неверно

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\delta) \begin{cases} y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \quad z + y = 2 \quad \text{комм}$$

$$b) \begin{cases} y = 0 \\ z = -4 \end{cases} \quad y + z = -4 \quad \text{комм}$$

$$2) \begin{cases} y = -1 \\ z = -3 \end{cases} \quad y + z = -4 \quad \text{комм}$$

Ответ: $(0; 5; 1)$; $(0; 4; 2)$

$$\begin{aligned} & \text{N 2} \\ & (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = ((x + y + z)^3 - x^3) - (y^3 + z^3) = \\ & = (x + y + z - x) \left((x + y + z)^2 + (x + y + z)x + x^2 \right) - (y + z)(y^2 - yz + z^2) = \\ & = (y + z) \left(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz + x^2 + xy + xz + x^2 - y^2 + yz - z^2 \right) = \\ & = (y + z) (3x^2 + 3xy + 3xz + 3yz) = \\ & = 3(y + z) (x(x + y) + z(x + y)) = \\ & = 3(y + z) (x + y)(x + z) \end{aligned}$$

- N 3
- I Проведём первую прямую. Она делит плоскость на 2 части (внешя)
- II Проведём вторую прямую и получим 2 луча (в зависимости от их точек пересечения с первой прямой)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1) 0 точек - 3 точки 

2) 1 точка - 4 точки 

II Проведём прямую и введём понятие количества точек (в зависимости от положения второй прямой и кол-ва точек пересечения прямой с окружностью)

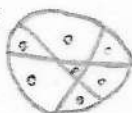
1.1) 0 точек - 4 точки 

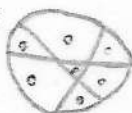
— 1.2) 1 точка - невозможно, так как первая прямая II $\Rightarrow$ 3-я не может

пересечь лишь 1 из них

1.3) 2 точки - 6 точек 

— 2.1) 0 точек - невозможно

2.2) 1 точка - 6 точек 

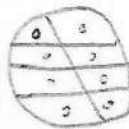
2.3) 2 точки - 7 точек 

IV Проведём последнюю окружность и введём рассмотрение возможных случаев:

1.1.1) 0 точек - 5 точек 

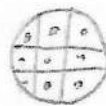
— 1.1.2) 1 точка - невозможно

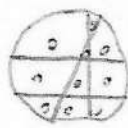
— 1.1.3) 2 точки - невозможно

1.1.4) 3 точки - ~~невозможно~~ 8 точек 

— 1.3.1) 0 точек - невозможно

1.3.2) 1 точка - 8 точек 

1.3.3) 2 точки - 9 точек 

1.3.4) 3 точки - 10 точек 

Место проведения: МАДИ – г. Москва

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

— 2 2 1) 0 точек - невозможно

2 2 2) 1 точка - 2 таймел

2 2 3) 2 точки - 9 таймел

2 2 4) 3 точки - 10 таймел

— 2 3 1) 0 точек - невозможно

— 2 3 2) 1 точка - невозможно

2 3 3) 2 точки - 10 таймел

2 3 4) 3 точки - 11 таймел

Итого, проанализировав все случаи, получаем, что 4 точки могут
давать максимум максимум на 11 таймел

Итого 11 таймел

№ 3

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$$

Уравнение имеет 4 положительных корня,

значит, что при $a = 6$ и $b = -4$ уравнение принимает
вид разложения по формуле Ньютона и легко сводится к x
принимает вид

$$(x-1)^4 = 0$$

Корень данного уравнения $x=1$

Более того, в условии сказано лишь то, что 4 корня положитель-
ные, но не сказано, могут они быть повторяющимися или нет,

Место проведения: МАДИ – г. Москва

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

то данное решение удовлетворяет условию задачи, вер-
уравнение имеет 4 положительных действительных корня. Значит
полученные a и b – искомыми
Ответ: $a = 6$ $b = -4$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеечек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 1

2 вариант 11 класс

Катя проехала велосипедиста x км/мин, а
скорость ветра y км/мин. тогда
из условия можно составить систему

$$\begin{cases} t = 3(x+y) \\ t = 5(x-y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 3x + 3y \quad | \cdot \frac{5}{3} \\ t = 5x - 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{3}t = 5x + 5y \\ t = 5x - 5y \end{cases} \quad +$$

$$\frac{2}{3}t = 10x$$

$$\frac{2}{3}t = 10x$$

$$x = \frac{y}{15}$$

+

Время за которое он будет пролетать
1 км в субсонициальной погоде будет
равно $\frac{1}{x} = \frac{15}{y}$ мин = 3,75 мин

Ответ: 3,75 мин.

Задача 2.

$$\begin{aligned} (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 &= (x+y)(x^2 + xy + xz + yx + y^2 + yz + \\ &+ xz + zy + z^2) - x^3 - y^3 - z^3 = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + \\ &+ 2yz) - x^3 - y^3 - z^3 = x^3 + xy^2 + xz^2 + 2x^2y + 2x^2z + 2xy^2 + \end{aligned}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned}
 &+ yx^2 + y^3 + yz^2 + 2xy^2 + 2xyz + 2y^2z + x^2z + y^2z + z^3 + 2xyz + \\
 &+ 2xz^2 + 2yz^2 - x^3 - y^3 - z^3 = 3xy^2 + 3xz^2 + 3yz^2 + 3x^2y + 3x^2z + \\
 &+ 6xyz + 3y^2z = 3[(x^2y + x^2z + xz^2 + xyz) + (xy^2 + xyz + yz^2 + y^2z)] \\
 &= 3(x+y)((xz+xy) + (z^2+ \\
 &= 3(x(zy+xz+z^2+yz) + y(xy+xz+z^2+yz)) = \\
 &= 3(x+y)((xz+xy) + (z^2+zy)) = 3(x+y)(x(z+y) + z(z+y)) = \\
 &= 3(x+y)(x+z)(z+y)
 \end{aligned}$$

Ответ: $3(x+y)(x+z)(z+y)$

Задача 4.

$$\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \text{ и } 6,5$$

т.к. оба эти числа положительны и больше 1, то если их оба возвести в квадрат то знак неравенства не изменится, а значит мы можем сравнение числа:

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \text{ и } 42,25$$

$$\sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \text{ и } 27,25$$

$$\text{П.к } 7,5^2 = 56,25, \text{ то } 7,5 < \sqrt{60}$$

$$\text{П.к } 9^2 = 81, \text{ то } 9 < \sqrt{84}$$

$$\text{П.к } 11^2 = 121, \text{ то } 11 < \sqrt{140}$$

$$\text{П.к } 7,5 + 9 + 11 > 27,25, \text{ то } \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 27,25, \\ \text{от значит } \sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 6,5.$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + 2 \\ yx + z + y = 6 + xz + yx \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 - xz) - (yx - yz) + (3x - 3z) = 2 \\ (yx - y) - (zx - z) - (yx - y) = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x - z) - y(x - z) + 3(x - z) = 2 \\ y(z - 1) - z(x - 1) - y(x - 1) = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - y + 3)(x - z) = 2 \\ (y - z - y)(x - 1) = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - y + 3)(x - z) = 2 \\ (y + z - y)(x - 1) = 3 \end{cases}$$

П.к. ~~решения~~ система решается в целых числах, но $x-1$ может быть равно только $-1; 1; 3; -3$, а $x-z$

может быть равно только $-1; 1; -2; 2$.

Пусть $x-1=1$ и $x-z=1$, тогда $x=2, z=1$ и $x-y+3=2$ можно $y=3$, но т.к. $y+z-y \neq 3$, этого не может быть.

Пусть $x-1=1$ и $x-z=-1$, тогда $x=2, z=3$ и

$x-y+3=-2$ можно $y=7$, но т.к. $y+z-y \neq 3$, этого не может быть.

Пусть $x-1=1$ и $x-z=2$, тогда $x=2, z=0$ и

Место проведения ФГБОУ ВО "Юго-Западный государственный университет" - г.Курск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$x - y + 3 = 1$ может $y = 4$, но т.к. $y + z - 9 \neq 3$, то этого не может быть.

Пусть $x - 1 = 1$ и $x - z = -2$, тогда $x = 2$, $z = 4$ и

$x - y + 3 = -1$ может $y = 6$, но т.к. $y + z - 9 \neq 3$, то этого не может быть.

Пусть $x - 1 = -1$ и $x - z = -2$, тогда $x = 0$, $z = +2$ и

$x - y + 3 = -1$ может $y = 4$, ~~но т.к. $y + z - 9 \neq 3$, то~~

~~этого не может быть $y + z - 9 = -3$, но $x = 0$, $y = 4$, $z = 2$ явл. рещ.~~

Пусть $x - 1 = -1$ и $x - z = 2$, тогда $x = 0$, $z = -2$ и

$x - y + 3 = 1$, может $y = 2$, но т.к. $y + z - 9 \neq -3$, то этого не может быть.

Пусть $x - 1 = -1$ и $x - z = 1$, тогда $x = 0$, $z = -1$ и

$x - y + 3 = 2$ может $y = 1$, но т.к. $y + z - 9 \neq -3$, то этого не может быть.

Пусть $x - 1 = -1$ и $x - z = -1$, тогда $x = 0$, $z = 1$ и

$x - y + 3 = -2$ может $y = 5$, тогда $y + z - 9 = -3$, а значит $x = 0$, $z = 1$ и $y = 5$ явл. рещ.

Пусть $x - 1 = 3$ и $x - z = 1$, тогда $x = 4$, $z = 3$ и

$x - y + 3 = 2$ может $y = 5$, но т.к. $z + y - 9 \neq 1$, то этого не может быть.

Пусть $x - 1 = 3$ и $x - z = -1$, тогда $x = 4$, $z = 5$ и

$x - y + 3 = -2$ может $y = 9$, но т.к. $z + y - 9 \neq 1$, то

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

этого не может быть.

Пусть $x-1=3$ и $x-2=2$, тогда $x=4$, $z=2$ и
 $x-y+3=\overset{1}{2}$ пусть $y=6$, но т.к. $z+y-9 \neq 1$, то
 этого не может быть.

Пусть $x-1=3$ и $x-2=-2$, тогда $x=4$, $z=6$, и
 $x-y+3=-1$ пусть $y=8$, но т.к. $z+y-9 \neq 1$, то
 этого не может быть.

Пусть $x-1=-3$ и $x-2=1$, тогда $x=-2$, $z=-3$ и
 $x-y+3=\overset{2}{-4}$ пусть $y=-1$, но т.к. $z+y-9 \neq -1$, то
 этого не может быть.

Пусть $x-1=-3$ и $x-2=-1$, тогда $x=-2$, $z=-1$ и
 $x-y+3=-2$ пусть $y=3$, но т.к. $z+y-9 \neq -1$, то
 этого не может быть.

Пусть $x-1=-3$ и $x-2=2$, тогда $x=-2$, $z=\overset{-4}{-4}$ и
 $x-y+3=1$ пусть $y=0$, но т.к. $z+y-9 \neq -1$, то
 этого не может быть.

Пусть $x-1=-3$ и $x-2=-2$, тогда $x=-2$, $z=0$ и
 $x-y+3=1$ пусть $y=2$, но т.к. $z+y-9 \neq -1$, то
 этого не может быть.

Ответ: $x=0$, $z=+2$, $y=4$ и $x=0$, $z=1$ и $y=5$

Задача 6

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x \cos x + 8 \sin x = 0$$

$$\cos x (\sin^2 x + \cos x - 2) - 4 \sin x (\sin^2 x + \cos x - 1) = 0$$

$$(\cos x - 4 \sin x)(\sin^2 x + \cos x - 1) = 0$$

$$\cos x - 4 \sin x = 0 \quad \text{или}$$

$$\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\text{т.к. } \cos x = 0 \text{ не выполняется, получим}$$

$$\sin^2 x + \cos x - 1 = \sin^2 x - \cos^2 x = 0$$

$$1 = 4 \tan x$$

$$-\cos^2 x = 0$$

$$\tan x = \frac{1}{4}$$

$$-\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 < 0 \quad \text{корней}$$

нет

$$\text{Ответ: } \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Задача 7

$$\log_{11-2x}(3-x) \geq 1$$

$$\text{Обл } 3: \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ x < 3 \end{cases}$$

то есть $x > 1$

$$\text{или } x \rightarrow 0 \quad 1-2x < -1, \text{ но } \log_{2x-1}(3-x) \geq 1$$

$$\log_{2x-1}(3-x) \geq \log_{2x-1}(2x-1) \quad \log_{2x-1}(3-x) \geq \log_{2x-1}(2x-1)$$

$$3-x \geq 2x-1$$

$$4 \geq 3x$$

$$x \leq \frac{4}{3} \quad 1 < x \leq \frac{4}{3}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

^{-1 < 2}
Если $1 - 2x < 0$ то есть $\frac{1}{2} < x < 1$, то

$$\log_{2x-1}(3-x) \geq 1$$

$$\log_{2x-1}(3-x) \geq \log_{2x-1}(2x-1)$$

$$3-x \leq 2x-1$$

$$x \leq x \geq \frac{4}{3}$$

не попадает в промежуток $(\frac{1}{2}; 1)$

Если $0 < 1 - 2x < 1$ то есть $\frac{1}{2} > x > 0$, то

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq 1$$

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq \log_{1-2x}(1-2x)$$

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq \log_{1-2x}(1-2x)$$

$$3-x \leq 1-2x$$

$$x \leq -2$$

не попадает в промежуток $(0; \frac{1}{2})$

Если $1 - 2x > 1$, то есть $x < 0$, то

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq 1$$

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq \log_{1-2x}(1-2x)$$

$$3-x \geq 1-2x$$

$$x \geq -2$$

$$-2 \leq x < 0$$

$$x \in [-2; 0) \cup \left\{1; \frac{4}{3}\right\}$$

$$\text{Ответ: } x \in [-2; 0) \cup \left\{1; \frac{4}{3}\right\}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8

Что бы получить как можно больше частей надо ставить каждую прямую так что бы она имела как можно больше точек пересечения с другими уже поставленными прямыми, но есть условие все ~~пр~~ прямые пересекаются друг с другом по никаким 3 прямым не пересекаются в одной точке и если ставить n эти прямые таким образом получили что при помощи n прямых можно сделать a_n кол. частей, где $a_n = a_{n-1} + n$ и $a_0 = 1$, а значит для 4 прямых $a_4 = 11$.
Ответ: 11.

Задача 3

след. стр.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5.

Пусть $x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$, где x_1, x_2, x_3, x_4 - корни уравн.
 $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - x_2x - x_1x + x_1x_2)(x^2 - x_3x - x_4x + x_3x_4) =$
 $(x^2 - x(x_2 + x_1) + x_2x_1)(x^2 - x(x_3 + x_4) + x_3x_4) =$
 $= x^4 - x^3(x_2 + x_1 + x_3 + x_4) + x^2(x_2x_1 + x_3x_4 - x(x_2 + x_1)(x_3 + x_4)) +$
 $- x(x_2 + x_1)x_3x_4 + x^2x_2x_1 - x(x_3 + x_4)x_2x_1 + x_1x_2x_3x_4 =$
 $= x^4 - x^3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + x^2(x_2x_1 + x_3x_4 - x(x_2 + x_1)(x_3 + x_4) +$
 $+ x_4x_2 + x_4x_1) + x(x_2x_3x_4 + x_1x_3x_4 + x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4) +$
 $+ x_1x_2x_3x_4.$

По коэффициентам уравнения можно заключить, что

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1x_2x_3x_4 = 1 \end{cases}$$

то так как корни положительные, то $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$, а значит $a = 6, b = -4$.

Ответ: $a = 6, b = -4$

возмож

1

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

В2 Нкп N1

Пусть V - скорость велосипедиста V_B скорость
всера $V + V_B = \frac{1}{3}$ км/мин

$V + V_B = \frac{1}{5}$ км/мин

по условию.

сложим 2 уравнения

$$V + V_B + 0 - V_B = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \text{ км/мин} = \frac{2}{15} \text{ км/мин}$$

$$2V = \frac{2}{15} \text{ км/мин}$$

$$V = \frac{1}{15} \text{ км/мин}$$

Велосипедист проехал 4 км за 15 минут

$\Rightarrow$ 1 км за $\frac{15}{4}$ минут

Ответ: $\frac{15}{4}$ минут

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	+	+	+	+

f. Jeeva

N2

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$$

$$= (x+y+z-x)(x+y+z)^2 + (x+y+z)x^2 + x^2 -$$

$$- (y+z)(y^2 + zy + z^2)$$

$$= (y+z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz + x^2 + xy + xz + x^2 -$$

$$- y^2 + zy - z^2)$$

$$= (y+z)(3x^2 + 3xy + 3xz + 3yz)$$

$$= 3(y+z)(x+y+z)$$

$$= 3(y+z)(x+y)(x+z)$$

Ответ: $3(y+z)(x+y)(x+z)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} & \text{N4} \\ & \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad \sqrt{6,5} \\ & \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad \sqrt{6,5^2} = 42,25 \end{aligned}$$

$$11,5^2 = 132,25$$

$$140 \in (132,25; 144)$$

$$\Rightarrow \sqrt{140} \in (11,5; 12)$$

$$84 \in (81; 100)$$

$$\Rightarrow \sqrt{84} \in (9; 10)$$

$$60 \in (49; 64)$$

$$\Rightarrow \sqrt{60} \in (7; 8)$$

$$\Rightarrow 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \in (11,5 + 7 + 9 + 10; 12 + 8 + 10 + 15) \\ = (42,5; 45)$$

$$\Rightarrow 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 42,5$$

$$\Rightarrow 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 42,25$$

Ответ: top done.

N6

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin(2x) \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^2 x - 2 \sin(2x) + 8 \sin x = 0$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + 8 \sin x = 0$$

$$\cancel{4 \sin x \cos x} - \cancel{2 \sin x \cos x} + \cancel{2 \sin x \cos x} - \cancel{4 \sin^2 x} + \cancel{4 \sin^2 x} = 0$$

$$4 \sin x (2 - \sin^2 x) - \cos x (2 - \sin^2 x) + \cos x (\cos x - 4 \sin x) = 0$$

$$(1 + \cos^2 x - \cos x) (4 \sin x - \cos x) = 0$$

По скобкам: $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
по скобкам: $\sin x$ $\cos x$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} 4 \sin x - \cos x = 0 \\ 1 + \cos 2x - \cos x = 0 \end{cases} \quad \text{неполный куб. урав. корней нет}$$

$$\frac{4}{\sqrt{17}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{17}} \cos x = 0$$

мысл ~~вс~~ $\sin \varphi = \frac{4}{\sqrt{17}} \quad \varphi \in (0; \pi) \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \varphi = \arcsin \frac{4}{\sqrt{17}}$$

~~$\sin 2x$~~ $\cos x \cos \varphi - \sin x \sin \varphi = 0$

$$\cos(x + \varphi) = 0$$

$$x + \varphi = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right) + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\pm \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{4}{\sqrt{17}} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$

$$\log_{11-2x} (3-x) \geq 1$$

$$\begin{cases} |1-2x| < 1 \\ 3-x \leq |1-2x| \\ 3-x > 0 \end{cases}$$

$$3-x > 0$$

$$\begin{cases} |1-2x| > 1 \\ |3-x| \geq |1-2x| \end{cases}$$

$$|3-x| \geq |1-2x|$$

$$(|1-2x| > 1 \Rightarrow |1-2x| > 0 \Rightarrow 3-x > 0)$$

$$1-2x < -1$$

$$1-2x > -1$$

$$3-x \leq |2x|$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} 1-2x < 1 \\ 1-2x > -1 \\ 3-x \leq |1-2x| \\ 3-x > 0 \end{array} \right. \\ & \left\{ \begin{array}{l} 1-2x > 1 \\ 1-2x < -1 \\ 3-x \geq 1-2x \\ 1-2x \geq 0 \\ 3-x \geq 2x-1 \\ 1-2x \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \\ & \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 1 \\ 3-x \leq |1-2x| \\ 3-x > 0 \end{array} \right. \\ & \left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ x > 1 \\ x > -2 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{2}{3} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \cup (1, 2)$$

или: $(-2, 0) \cup (1, 2)$

N5

$$x^2 + y^2 - yx - zx = 3z - 3x + 2 \quad (1)$$

$$9x + z + y = 6 + xz + yx \quad (2)$$

$$(1): x(x-z) + y(z-x) - 3(z-x) = 2$$

$$(z-x)(y-3-x) = 2$$

$$2 = 2 \cdot 1 = (-2)(-1) = 1 \cdot 2 = (-1)(-2)$$

$$1) \begin{cases} z-x = 2 \\ y-x = 4 \end{cases}$$

$$(y-x-3=1)$$

$$(2): 9x + z + y = 6 + xz + yx \Leftrightarrow 9x + (z+y)(1-x) = 6$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$9x + (6+x)(1-x) = 6$$

$$9x + 6 - 4x - x^2 = 6$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$y = 4$$

$$z = 2$$

$$\begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} + 4 \\ z = \frac{5}{2} + 2 \end{array}$$

не лог. косм
г.ч
не белая

$$2) \begin{cases} z - x = 1 \\ y - x = 5 \end{cases}$$

$$(y - x - 3 = 2)$$

$$② : 9x + (2x + 6)(1-x) = 6$$

такое же уравн, что в 1)
⇒ те же корни

$$3) \begin{cases} z - x = -1 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

$$(y - x - 3 = -2)$$

$$② : 9x + (2x - 1 + 1)(1-x) = 6$$

$$9x + 2x - 2x^2 = 6$$

$$2x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$D = 121 - 6 \cdot 4 \cdot 2 = 73$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{73}}{4}$$

не целое число

⇒ не подходит

$$4) \begin{cases} z - x = -2 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

$$(y - x - 3 = -1)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$② : 4x + 2x(1-x) = 6$$

$$4x + 2x - 2x^2 = 6$$

такое же уравн, как в 3)

→ корни те же

мы рассмотрим все случаи V?

Ответы (0, 4, 2) ?

N3

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$$

$$A(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) = A(x^4 - (x_1+x_2+x_3+x_4)x^3 + \dots + (-1)^4 x_1 x_2 x_3 x_4)$$

~~Каждый многочлен с 4 корнями степени 4 можно представить в таком виде~~

$$4 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$1 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$$

(Любой многочлен с 4 корнями степени 4 можно представить в таком виде)
(A=1)

(коэф. при старшем члене = 1)

и ~~по~~ неравенства о средних $(x_1, x_2, x_3, x_4 > 0)$

$$4 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \sqrt[4]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4} = 1$$

$$\Leftrightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$$

$$(x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

~~т.к. корни = 1~~ т.к. корни и один ~~из~~

коэф. однозначно задают многочлен

$$a = 6 \quad b = -4$$

Ответ: 6; -4

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№3

Нетрудно заметить, что кол-во точек, на ко-й лежит по-м-но сколь-ко прямых равно $1 + \text{кол-во прямых} + \text{кол-во точек пересечения прямых}$.

Докажем по индукции.

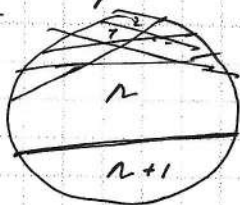
База: пусть плоскость π $\circ$ прямых

$\circ$ точек пересечения прямых, 1 точка

Шаг: Пусть у нас есть уже n точек

проведём произвольную прямую

1) Пусть эта прямая не пересекает другие: тогда эта прямая



пересекает ровно 1 точку $\Rightarrow$ добавилось 1

новую

2) Пусть эта прямая пересекает произв. кол-во m ($+m$ точек пересек) прямых. Тогда они дадут



$\Rightarrow$ добавилось $m+1$ новую

Индукция доказана.

Максимальное кол-во точек пересечения при n прямых - $\frac{n \cdot (n-1)}{2} = 6$ (когда все пересекаются)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$\Rightarrow$ максимальное количество точек:

$$1+4+6=11$$

(количество пунктов = количеству)

Ответ: 11

N 7

$$\log_{|1-2x|} (3-x) \geq 1$$

$$\begin{cases} |1-2x| < 1 \\ 1-2x \neq 0 \\ (3-x) \leq |1-2x| \end{cases}$$

$$3-x > 0$$

$$|1-2x| \geq 0 \text{ всегда}$$

Всегда

$$\begin{cases} |1-2x| > 1 \\ 1-2x \neq 0 \\ (3-x) \geq |1-2x| \end{cases}$$

$$1-2x > 1 \Rightarrow 1-2x > 0$$

$$\Rightarrow 3-x > 0$$

$$2x > 0$$

$$2x < 2$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$3-x \leq 1-2x$$

$$1-2x \geq 0$$

$$3-x \geq 2x-1$$

$$1-2x \leq 0$$

$$1-2x > 1$$

$$1-2x < -1$$

$$1-2x \neq \frac{1}{2}$$

$$3-x \geq 1-2x$$

$$1-2x \geq 0$$

$$3-x \geq 2x-1$$

$$1-2x \leq 0$$

$$x > 0$$

$$x < 1$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$x \leq -2$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

$$x \geq \frac{4}{3}$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$x < 0$$

$$x > 1$$

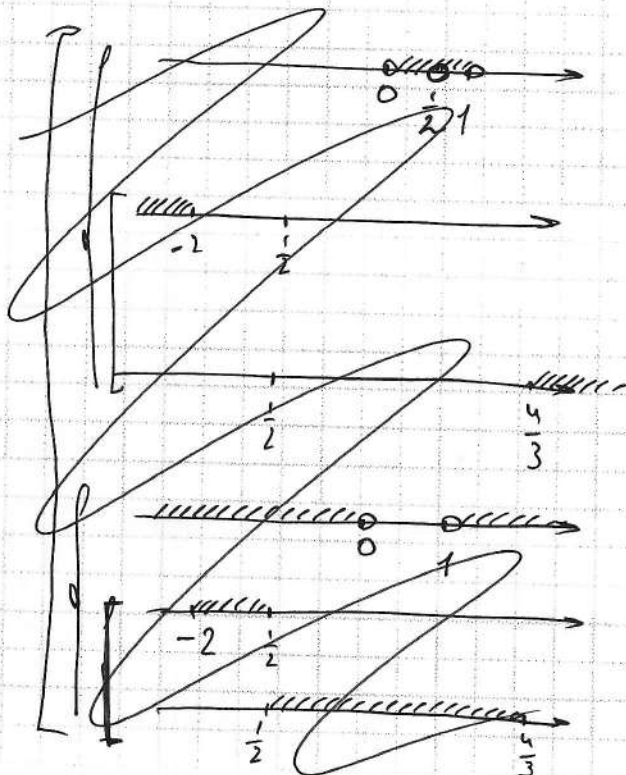
$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$x \geq -2$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

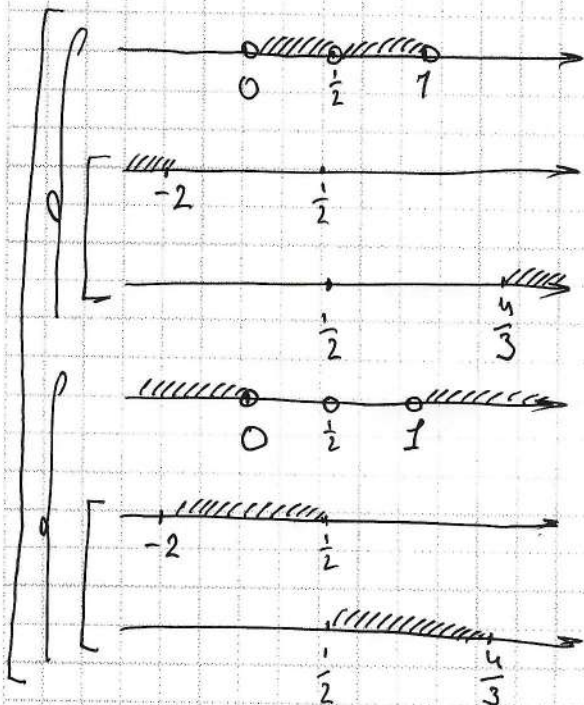
$$x \leq \frac{5}{3}$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$



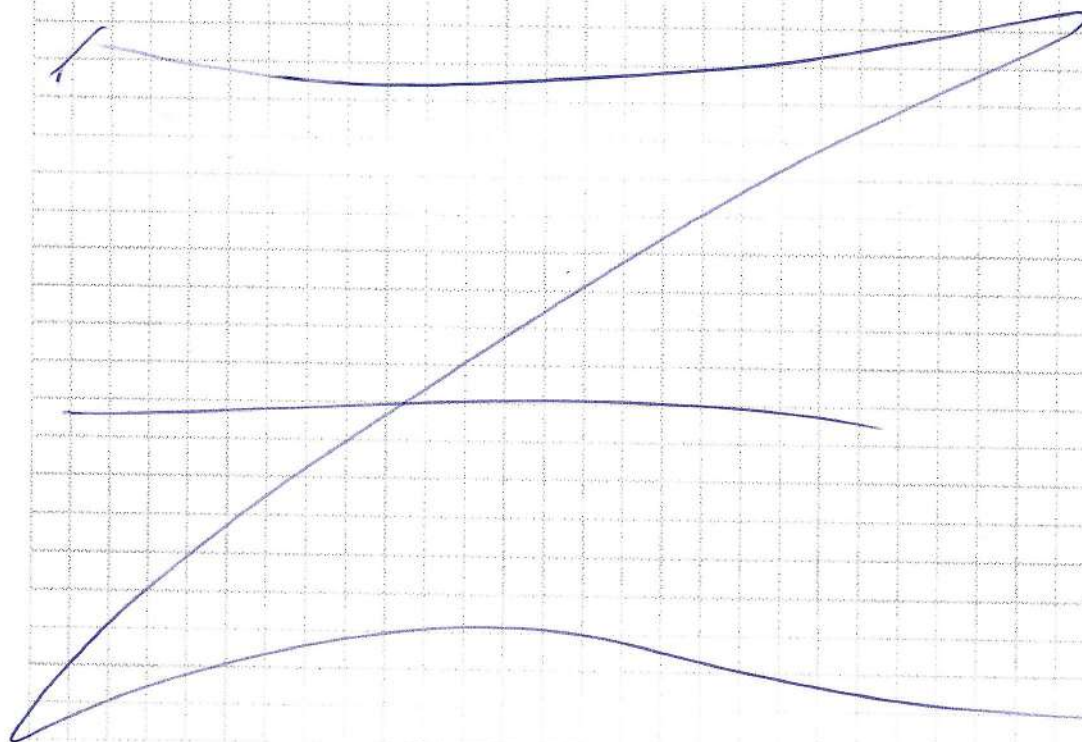
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

→ Ответ: $[-2; 0)$



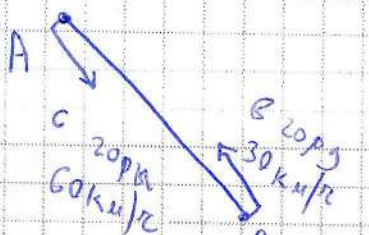
Ответ: $[-2; 0)$

✓ ?



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача Б1. Вариант III



$$\begin{cases} 30x = 60y \\ x + y = 2 \end{cases} \quad 1:30$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = 2 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - y = 2y \\ 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ x = 1 \frac{1}{3} \end{cases}$$

Пусть $x(1)$ - время подъёма в гору; $y(2)$ - время спуска. Знаем, что на прозг туда и обр. тр. 22 и расст. туда и обр. одинаковы, состав. систему уравнений:

$$S = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40 \text{ (км)} - \text{длина пути между поселениями.}$$

Ответ: 40 км.



Задача Б7.

~~log~~ $1-x$ Находим ОДЗ $1-x > 0, 1-x \neq 1, 2x-1 > 0 \Rightarrow \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 1$. Отсюда следует, что в области ОДЗ основное логарифма меньше единицы, поэтому $\log_{1-x} (2x-1) \geq \log_{1-x} (1-x) \Rightarrow 2x-1 \leq 1-x$, т.е.

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3} \quad x \leq \frac{2}{3}$$



4 балла
за решение

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

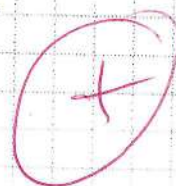
Задача №4.

$$\sqrt{15 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}} = \sqrt{2 + 6 + 7 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7}.$$

С другой стороны $\sqrt{2} > 1,40$; $\sqrt{6} > 2,40$; $\sqrt{7} > 2,60$

Следовательно $\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7} > 6,40$, поэтому первое число (слева) больше второго числа (справа).

Ответ: первое число больше.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

(+) 8.

Задача №8.
 Две непаралл. прямые разбивают плоскость на 4 части. Если добавить ещё одну прямую, то нетрудно видеть, что число частей плоскости будет равно $4+3=7$. Если провести ещё одну прямую, то эта четвертая, перес. при данных прямых делится точками пересечения на 4 части и, следовательно, число частей плоскости ув. на 4. Всего окажется: $7+4=11$ частей плоскости. Теперь, если провести ещё одну прямую, то число разбиений плоскости на пятью прямыми будет равно: $m_5 = m_4 + 5 = 16$

Ответ: 16.

(+) 2.

Задача №2.
 Пусть $x^2 - y^2 - x + 3y - 2 = (x+y+a)(x-y+b) =$
 $= x^2 - y^2 + (a+b)x + ba$. Отсюда $a+b = -1$,
 $b-a = 3$, $ab = -2$. Отсюда находим, что $b = 1$,
 $a = -2$. Таким образом, $x^2 - y^2 - x + 3y - 2 =$
 $= (x+y-2)(x-y+1)$

Ответ: $(x+y-2)(x-y+1)$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 15.
Преобразуя второе ур. системы
получим:
 $2y - 3 = (x - 2)(y - 2)$

Отсюда $2 + \frac{1}{y-2} = x - 2$.

Так как y - целое, то $y = 1$ и $y = 3$

При $y = 1$ получим $x = z + 1$

При $y = 3$, $x = z + 3$

Рассмотрим первый случай. Подставив $y = 1$, $x = z + 1$ в первое ур. системы получим

$z^2 - 4z - 5 = 0$. Решим $z_1 = -1$; $z_2 = 5$. Поэтому

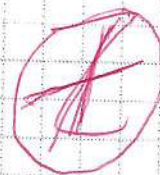
$x_1 = 0$, $x_2 = 6$. Имеем два решения системы:

$(0; 1; -1)$ и $(6; 1; 5)$. Во втором случае
при $y = 3$ и $x = z + 3$ получаем уравнение

$$z^2 - 6z - 5 = 0$$

Это уравнение не имеет решений.

Ответ: $(0; 1; -1)$ и $(6; 1; 5)$.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5.
Обозначим $\sin x = a$, $\cos x = b$. Тогда получим уравнение: $2ab^3 - 2a^2b + 4ab^2 - 8ab - 2b^3 + 2ab - 4b^2 + 8b = 0$. Сокращая это уравнение на 2 и вынося за скобки общий множ. b , получим

$$(ab^2 - a^2 + 2ab - 4a + a + 4 - b^2 - 2b)b = 0$$

А тогда имеем:

$$(a(b^2 - a + 2b - 4) - (b^2 + 2b - a - 4))b = 0$$

Поэтому получаем:

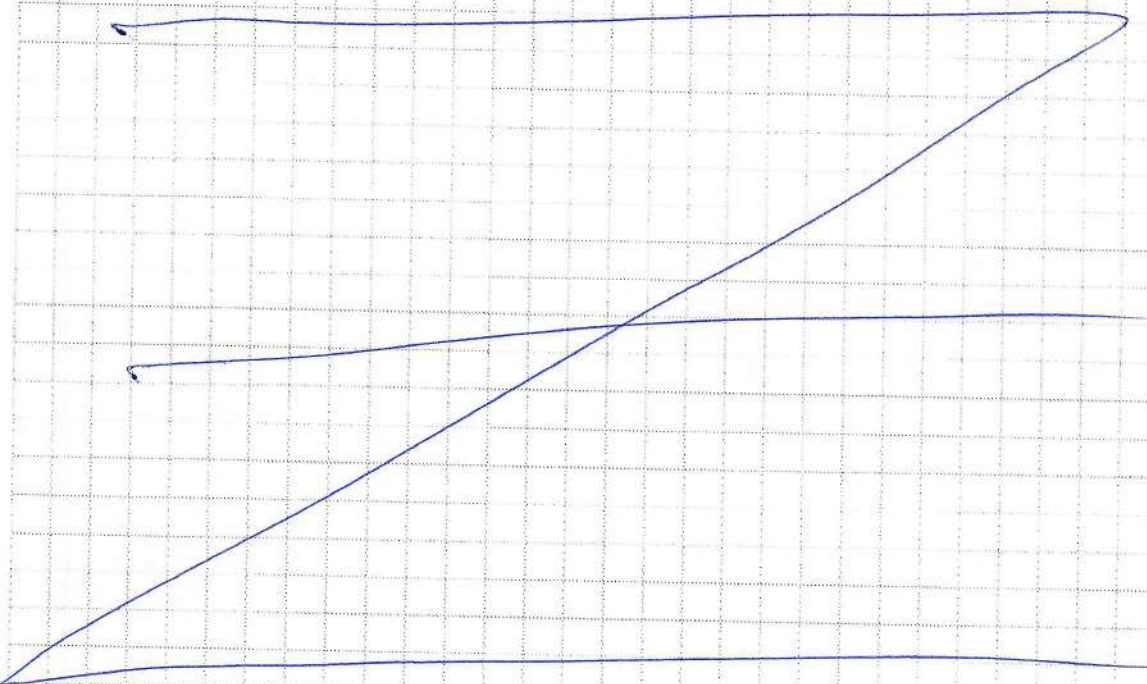
$$b = \cos x = 0$$

$$a = \sin x = 1$$

$$\text{и } \cos^2 x + 2\cos x - \sin x - 4 = 0$$

Поэтому имеем: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$.
Последнее равенство будет, если $\cos 2x = 1$,
 $\sin x = -1$, что невозможно.

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №1

11 класс

2 вариант

$$\frac{S}{v} = t$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	+	+	+	6

x (км/ч) - v велосипедиста

y (км/ч) - v вёсла

Время разницы

$(x+y)$ (км/ч) - при попутном вёдре за 3 минуты

$(x-y)$ (км/ч) - при встречном вёдре за 5 минут

Т.к. общее расстояние 1 км, М.С.У.

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 3 \\ \frac{1}{x-y} = 5 \end{cases}$$

$$1) \quad 1: \frac{4}{15} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ (мин)}$$

Ответ: за 3,75 минут

$$\begin{cases} x+y = \frac{1}{3} \\ x-y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{3} - x$$

$$x - \frac{1}{3} + x = \frac{1}{5} \quad ①$$

$$① \quad 2x = \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$$

$$2x = \frac{8}{15}$$

$$x = \frac{4}{15} \text{ (км/ч)}$$

Место проведения ФГБОУ ВО "ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова" - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №2

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(x+y)(x+z)(y+z)$$

$$1) (x+y+z)^3 = (x^2y^2z^2 + 2xy + 2yz + 2xz)(x+y+z) =$$

$$= x^3 + xy^2 + xz^2 + 2x^2y + 2xy^2z + 2x^2z +$$

$$+ x^2y + y^3 + yz^2 + 2xy^2 + 2y^2z + 2xyz +$$

$$+ x^2z + y^2z + z^3 + 2xyz + 2yz^2 + 2xz^2 =$$

$$= x^3 + y^3 + z^3 + 3xy^2 + 3xz^2 + 3x^2y + 3x^2z + 3yz^2 + 3y^2z + 6xyz$$

$$2) (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(xy^2 + xz^2 + x^2y + x^2z + yz^2 + y^2z + 2xyz) =$$

$$= 3(z(xz + x^2 + yz + xy) + y(xy + x^2 + yz + xz)) =$$

$$= 3(x^2 + xy + yz + xz)(y+z) =$$

$$= 3(x(x+y) + z(x+y))(y+z) = 3(x+y)(x+z)(y+z)$$

$$\text{Ответ: } 3(x+y)(x+z)(y+z)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №3

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$$

Корни уравнения должны представлять
в виде $\frac{m}{n}$, где m - делитель свободного члена,
а n - делитель коэффициента при ~~а~~ x^4 (старший
коэффициент). Таким образом получается, что
единственный вариант $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$ $\left(\frac{1}{1}\right)$

Пусть все 4 корня ~~суть~~ $\in \mathbb{R}$ и были положительными

$$(x-1)^4 = (x-1)^2(x-1)^2 = (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= \cancel{x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 2x - x^2 + 2x - 1} =$$

$$= \cancel{x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1}$$

$$= x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + x^2 - 2x + 1 =$$

$$= x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

Значит, $a = 6$; $b = -4$

Ответ: $a = 6$; $b = -4$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №4

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad ? \quad 6,5$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \sqrt{15 + 2\sqrt{3 \cdot 5} + 2\sqrt{3 \cdot 7} + 2\sqrt{5 \cdot 7}} = \\ & = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}} = \\ & = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ \times 1,7 \\ \hline 11 \ 9 \\ 1 \ 7 \\ \hline 2,8 \ 9 \end{array} \Rightarrow \sqrt{3} > 1,7$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times 2,2 \\ \hline 4,84 \end{array} \Rightarrow \sqrt{5} > 2,2$$

$$\begin{array}{r} 2,6 \\ \times 2,6 \\ \hline 15 \ 6 \\ 5 \ 2 \\ \hline 6,7 \ 6 \end{array} \Rightarrow \sqrt{7} > 2,6$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} &> 1,7 + 2,2 + 2,6 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} > 6,5 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №5

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + 2 & ① \\ 9x + z + y = 6 + xz + yx & ② \end{cases}$$

$$① \quad x(x-z) - y(x-z) = -3(x-z) + 2$$

$$(x-z)(x-y+3) = 2 \quad \text{т.к. } x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ то сможем найти целые}$$

$$I) \quad \begin{cases} x-z=1 \\ x-y+3=2 \\ z=x-1 \\ y=x+1 \end{cases}$$

Подставим в ②

$$9x + x - 1 + x + 1 = 6 + x(x - 1 + x + 1)$$

$$11x = 2x^2 + 6$$

Нет целых решений

$$II) \quad \begin{cases} x-z=2 \\ x-y+3=2 \\ z=x-2 \\ y=x+2 \end{cases}$$

$$9x + 2x = x(2x) + 6$$

$$2x^2 - 11x + 6 = 0$$

Нет целых решений

Ответ: (0; 5; 1)

Потеря

$$III) \quad \begin{cases} x-z=-1 \\ x-y+3=-2 \\ z=x+1 \\ y=x+5 \end{cases}$$

$$9x + 2x + 6 = 6 + x(2x + 6)$$

$$11x = 2x^2 + 6x$$

$$x(2x-5) = 0$$

$$x=0 \quad | \quad x=\frac{5}{2}$$

$$II) \quad \begin{cases} x=0 \\ y=5 \\ z=1 \end{cases}$$

$$IV) \quad \begin{cases} x-z=-2 \\ x-y+3=-1 \\ z=x+2 \\ y=x+4 \end{cases}$$

$$9x + 2x + 6 = 6 + x(2x + 6)$$

$$x(2x-5) = 0$$

$$x=0 \quad | \quad x=\frac{5}{2}$$

$$II) \quad \begin{cases} x=0 \\ y=5 \\ z=1 \end{cases}$$

$$y=5 \Rightarrow (0; 5; 1)$$

Место проведения ФГБОУ ВО "ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова" - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №6

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x \cos x + 8 \sin x = 0$$

$$\sin^2 x (\cos x - 4 \sin x) + \cos x (\cos x - 4 \sin x) - 2 (\cos x - 4 \sin x) = 0$$

$$(\cos x - 4 \sin x) (\sin^2 x + \cos x - 2) = 0$$

$$1) \quad \cos x - 4 \sin x = 0$$

$$1) \quad \begin{aligned} \cos x &= 0 \quad \text{и} \quad ? \\ \sin x &= 0 \end{aligned}$$

$$2) \quad \cos x \neq 0$$

$$\cos x - 4 \sin x = 0 \quad / : \cos x \neq 0$$

$$1 - 4 \operatorname{tg} x = 0$$

$$4 \operatorname{tg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{4}$$

$$x = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{4} \right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \sin^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos 1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$] \cos x = t, \quad t \in [-1; 1]$$

$$t^2 - t + 1 = 0$$

$$D < 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$\text{Ответ: } x = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{4} \right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №4

$$\log_{|1-2x|} (3-x) \geq 1$$

$$(|1-2x|-1)(3-x-|1-2x|) \geq 0$$

$$1) \quad x \leq \frac{1}{2}$$

$$(1-2x-1)(3-x-1+2x) \geq 0$$

$$-2x(x+2) \geq 0$$

$$x(x+2) \leq 0$$



$$\Rightarrow x \in [-2; 0]$$

$$2) \quad x > \frac{1}{2}$$

$$(2x-1-1)(3-x+1-2x) \geq 0$$

$$(2x-2)(-3x+4) \geq 0$$

$$(x-1)(-3x+4) \leq 0$$



$$\Rightarrow x \in [1; \frac{4}{3}]$$

$$x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$$

Объединяя 1 и 2 и пересекая с ОДЗ, ~~$x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$~~

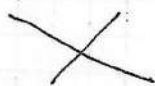
Ответ: ~~$x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$~~ $x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$

$$\begin{cases} |1-2x| > 0 \\ |1-2x| \neq 1 \\ 3-x > 0 \end{cases}$$

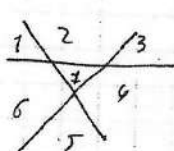
$$\begin{cases} x < 3 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №8



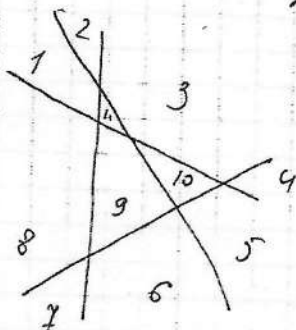
Две прямые при пересечении делят плоскость на 4 части



Три прямые максимально делят на 7 частей в том случае,

если все они попарно пересекаются и нет точек, в которых одновременно пересекаются 3 или более прямых. То есть прямые пересекаются только попарно.

Аналогично с 4-мя прямыми. Все ^{они} должны пересекаться попарно, но не должно быть таких точек на плоскости, которые принадлежали бы одновременно трем или более прямым. То есть:



=> 11 частей.



То есть если все прямые пересекаются в одной точке, то они делят плоскость на 8 частей, но этот "узел" можно развести и тогда



максимально для двух

теперь для каждой третьей прямой нужно сделать такое же расположение



тогда каждая новая третья образует

Ответ: 11 частей

максимально возможное число частей => и 4 прямые образуют максимальное кол-во частей

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 3

Задача 1

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	0	+	+	0	+	+	6

$$V_1 (\text{в гору}) = 30 \text{ км/ч}$$

$$V_2 (\text{с горы}) = 60 \text{ км/ч}$$

Проезд туда и обратно занимает 2 часа.

Поскольку дорога туда и обратно одинаковая, составим уравнение на основе равного расстояния.

Возьмём время в гору за t , тогда:

$$30 \cdot t = 60 \cdot (2 - t)$$

$$30t = 120 - 60t$$

$$90t = 120 \quad | : 90$$

$$t = \frac{120}{90} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

Мы нашли время в гору и теперь найдем расстояние.

$$S = 30 \cdot t = 30 \cdot \frac{4}{3} = 40$$

Ответ: 40.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 2.

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 - x + 3y - 2 &= \\&= x^2 - x + 0,25 - y^2 + 3y - 2,25 = \\&= (x - 0,5)^2 - (y - 1,5)^2 = \\&= (x - 0,5 - y + 1,5)(x - 0,5 + y - 1,5) = \\&= (x - y + 1)(x + y - 2).\end{aligned}$$

Мы разложим число -2 на числа -2,25 и 0,25.

Представим в виде разности квадратов разности.
И по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ представим в виде произведения сомножителей.

Ответ: $(x - y + 1)(x + y - 2)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 4.

Нужно сравнить $\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}}$ и 6,40.
 $6,4 = \sqrt{40,96}$

$$\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}}$$

Разложим приблизительно между какими числами
расположены значения корней $\sqrt{48}$, $\sqrt{56}$, $\sqrt{168}$.

~~$$\sqrt{48} < \sqrt{56} < \sqrt{168}$$~~

$$\sqrt{47,61} < \sqrt{48} < \sqrt{49}$$

$$6,9 < \sqrt{48} < 7$$

$$\sqrt{55,76} < \sqrt{56} < \sqrt{56,25}$$

$$7,4 < \sqrt{56} < 7,5$$

$$\sqrt{166,41} < \sqrt{168} < \sqrt{169}$$

$$12,9 < \sqrt{168} < 13$$

Возьмём числа меньше, чем корни $\sqrt{48}$, $\sqrt{56}$, $\sqrt{168}$.
 И сложим их.

$$\sqrt{15 + 6,9 + 7,4 + 12,9} < \sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}}$$

$$\sqrt{15 + 6,9 + 7,4 + 12,9} = \sqrt{42,2}$$

$$\sqrt{42,2} > \sqrt{40,96}$$

Так как левый корень ~~меньше~~ чем
 правый радикальный корень $\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}}$, а и
 он всё равно больше чем $\sqrt{40,96}$. Тогда получаем
 $\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} > 6,4$. Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} > 6,40$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5

$$\begin{cases} a) \quad y^2 + zx - zy - yx = 3x - 3y + 5 \\ b) \quad 2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & y^2 + zx - zy - yx - 3x + 3y = 5 \\ & -yx + y^2 + z(x - y) - 3(x - y) = 5 \end{aligned}$$

$$-y(x - y) + z(x - y) - 3(x - y) = 5$$

$$(x - y)(z - y - 3) = 5$$

Поскольку x, y, z - целые числа, получим такую систему:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ z - y - 3 = 5 \end{cases}$$

$$y(2 - x + z) + 2(x - z) = 3$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ z - y - 3 = 1 \\ y(2 - x + z) + 2(x - z) = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ z - y - 3 = -5 \end{cases}$$

$$y(2 - x + z) + 2(x - z) = 3$$

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ z - y - 3 = -1 \end{cases}$$

① система:

$$\begin{aligned} x - y &= 1 \\ z - y &= 8 \\ \hline z - x &= -7 \end{aligned}$$

подставляем
в третье ур.
системы:

$$y(2 - (-7)) + 2(-7) = 3$$

$$9y - 14 = 3$$

$$9y = 17$$

$y \in \mathbb{Z}$, поэтому нет

② система:

$$\begin{aligned} x - y &= -1 \\ z - y &= -2 \\ \hline x - z &= 1 \end{aligned}$$

$$y(1) + 2 \cdot 1 = 3$$

$$y + 2 = 3$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \\ z = -1 \end{cases}$$

③ система:

$$\begin{aligned} x - y &= 5 \\ z - y &= 4 \\ \hline x - z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 6 \\ z = 5 \end{cases}$$

④ система:

$$\begin{aligned} x - y &= -5 \\ z - y &= 2 \\ \hline x - z &= -7 \end{aligned}$$

нет решений, так как и в системе ①.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Из ② системы мы получили такие решения:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$$

Из ③ системы мы получили такие решения:

$$\begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ z=5 \end{cases}$$

В системах ① и ④ значение y получается не целым, а это противоречит условиям задачи.

Ответ: $x=0, y=1, z=-1; x=6, y=1, z=5$.

Задача 7.

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$$

учитывая ОДЗ: основание $1-x$ должно

логарифма будет < 1 : $1-x < 1$.

Тогда получаем такое неравенство:

$$1-x \geq 2x-1$$

$$3x \leq 2$$

$$x \leq \frac{2}{3}$$

учитывая ОДЗ получаем $x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 1-x > 0 \\ 1-x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} < x < 1$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8

Как можно разбить плоскость пятью прямыми на максимальное число частей. И сколько линий не требуется.

Первой линией мы можем разбить плоскость на 2 части. Вторую мы можем обе части разделить на 2.

1 линия:



2 линия:

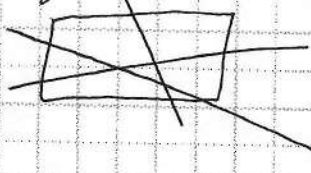


Каждая следующая линия не должна проходить через точки пересечения предыдущих линий.

Третьей линией мы можем разделить плоскость на 3 части из 4 возможных.

3 линия из 4 возможных.

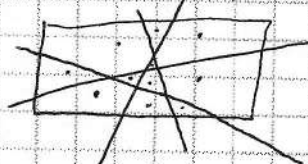
3 линия



мы получили 7 частей

Четвертой линией мы можем разделить плоскость на 11 частей, добавив 4 - это те точки, благодаря которым такое число частей. Пятую линию, проведенную в точке пересечения, разобьет только 3 части плоскости. Получим 14 частей.

4 линия:



Получим 14 частей

5 линией мы можем разделить только 5 частей. Получаем 16.

5 линия:



Ответ: 16

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

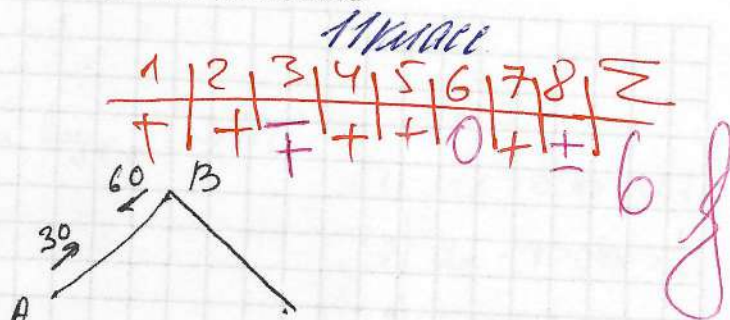
III вариант

N1 $\frac{a}{30} + \frac{a}{60} = 2$

$\frac{3a}{60} = 2$

$a = 40 \text{ км}$

Ответ: 40 км



N2 $x^2 - y^2 - x + 3y - 2 = (x^2 - x + \frac{1}{4}) - (y^2 - 3y + \frac{9}{4}) + \frac{1}{4} - \frac{9}{4} =$
 $= (x - \frac{1}{2})^2 - (y - \frac{3}{2})^2 = (x - \frac{1}{2} - y + \frac{3}{2}) \cdot (x - \frac{1}{2} + y - \frac{3}{2}) =$
 $= (x - y + 1) (x + y - 2)$

N4 $15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}$ и 6,4 Цель: сравнить

$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

$15 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42} \geq x^2 + y^2 + z^2$

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 3.46$
 $\sqrt{14} \approx 3.74$
 $\sqrt{42} \approx 6.48$

$x = \sqrt{2}$
 $y = \sqrt{6}$
 $z = \sqrt{7}$

т.к. $x^2 + y^2 + z^2 = 15$

$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7}$ и 6,4

$\sqrt{2} > 1,4$

$\sqrt{6} > 2,4$

$\sqrt{7} > 2,6$

$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7} > 6,4$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

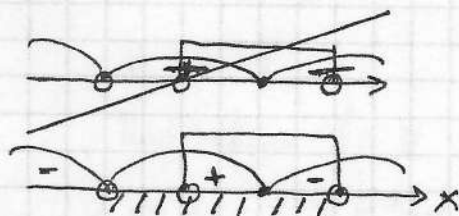
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$N4 \quad \log_{1-x} (2x-1) \geq 1$$

$$(1-x-1)(2x-1-1+x) \geq 0 \quad \text{т.к.} \quad \log_{1-x} (1-x) = 1$$

$$-x(3x-2) \geq 0$$

$$x \leq 0 \quad x \geq \frac{2}{3}$$



$$x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right]$$

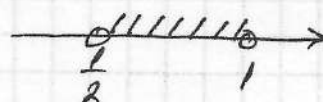
$$\text{Ответ: } x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right]$$

023:

$$1) 1-x > 0 \Rightarrow x < 1$$

$$2) 2x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$3) 1-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$$



$$N5 \quad \begin{cases} y^2 + 7x - 7y - yx = 3x - 3y + 5 \\ 2y - 3 = yx - y^2 - 2x + 2 \end{cases}$$

$$y(y-7) - x(y-7) = 3(x-y) + 5$$

$$(y-7) \cdot (y-x) - 3(x-y) = 5$$

$$(y-7)(y-x) + 3(y-x) = 5$$

$$(y-x)(y-7+3) = 5$$

I

$$\begin{cases} y-x=5 & y=x+5 \\ y-7+3=1 & y=-2+7 \end{cases}$$

$$x = x+4$$

Подставим во II

$$2x+10-3 = x^2+5x - (x+5)(x+4) = 2x+2x+14$$

$$\begin{matrix} x & y & z \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$9x \geq -28 \Rightarrow \emptyset; x \in \mathbb{Z}$$

$$\text{II} \quad \begin{cases} y - x \geq 1 \\ y - 7 + 3 \geq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq x + 1 \\ y \geq 2 + 7 \end{cases}$$

$$x + 1 \geq 2 + 7$$

$$7 \geq x - 1$$

Подставим во II

$$2x + 2 - 3 \geq x^2 + x - (x - 1)(x + 1) - 2x + 2x - 2$$

$$2x - 1 \geq x^2 + x - x^2 + 1 - 2$$

$$x \geq 0$$

$$7 \geq -1$$

$$y \geq 1$$

$$\text{III} \quad \begin{cases} y - x \geq -1 \\ y - 7 + 3 \geq -5 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq x - 1 \\ y \geq 7 - 8 \end{cases}$$

$$7 - 8 \geq x - 1$$

$$7 \geq x + 7$$

Подставим во II

$$2x - 2 - 3 \geq x^2 - x - (x - 1)(x + 7) - 2x + 2x + 14$$

$$2x - 5 \geq x^2 - x - x^2 - 6x + 7 + 14$$

$$9x \geq 26 \Rightarrow \emptyset; x \in \mathbb{Z}$$

$$\text{IV} \quad \begin{cases} y - x \geq -5 \\ y - 7 + 3 \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq x - 5 \\ y \geq 7 - 4 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x - 5 = 7 - 4$$

$$7 = x - 1$$

Получим II

$$2x - 10 - 3 = x^2 - 5x - (x - 5)(x - 1) = 2x + 2x - 2$$

$$2x - 13 = x^2 - 5x - x^2 + 6x - 5 = 2$$

$$x = 6$$

$$7 = 5$$

$$y = 1$$

$$N3 \quad x^6 - 6x^5 + 15x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

по г. Виета

$$1) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 6$$

$$2) \quad x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \dots + x_5 \cdot x_6 = 15$$

$$3) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + \dots + x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 = -9$$

$$4) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 + \dots + x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 = 6$$

$$5) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 + \dots + x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 = -6$$

$$6) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 = d$$

Пусть $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6$

$$-a = 20 \quad a = -20$$

$$b = 15$$

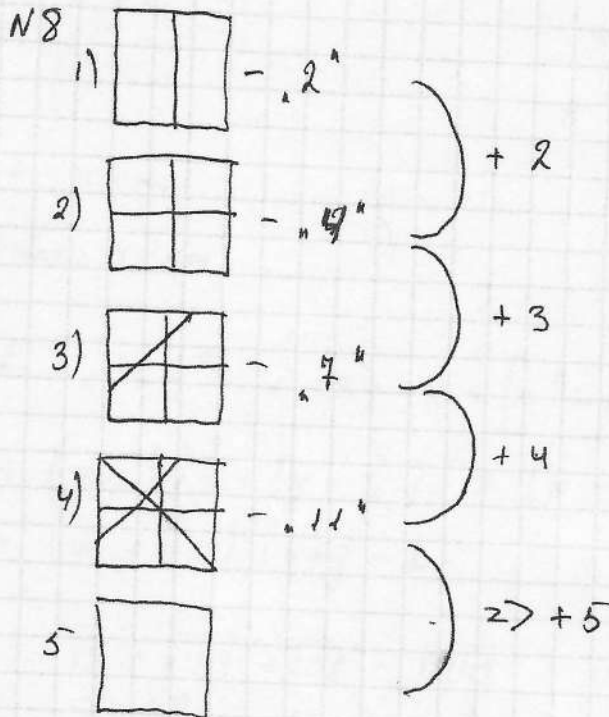
$$c = -6$$

$$d = 7 \Rightarrow$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1 = 0$$

$x \neq 1$ - 6 отрицательных корней



Если построишь не 11 прямых в плоскости, то увидишь загого нумерованность. Если 1 прямая, то площадь делится на 2, если 2 прямые, то на 4, если на 3 прямые, то на 7, а если 4 прямые, то на 11 и т.д. если построишь 5 прямых, то к 11 частям прибавишь 5 и т.д. делится на 16 частей

Ответ: 16

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 1. Вариант 3. 11 КЛАСС

Пусть x - длина пути между селениями. Тогда составим таблицу, а после уравнение. $S = \frac{v}{t}$

$v, \text{км/ч}$	$t, \text{ч}$	$S, \text{км}$	направление автоб.
30	$\frac{x}{30}$	x	в гору
60	$\frac{x}{60}$	x	с горы

Длина пути с горы и в гору одинаковая, т.к. это одинаковые отрезки с одинаковым S . Тогда, нам известно, что на проезде туда и обратно автобус тратит 2 часа, т.е. $(t_1 - \text{время в гору}, t_2 - \text{время с горы}), t_1 + t_2 = 2$

Тогда составим уравнение:

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{60} = 2$$

$$\frac{2x+x}{60} = 2$$

$$3x = 120$$

$$x = 40 \Rightarrow \text{длина пути между селениями} = 40 \text{ км.}$$

Ответ: 40 км

Задание 4.

Ограничения: $x \in (\frac{1}{2}; 1)$

$$\log_{1-x} (2x-1) \geq 1$$

$$\begin{cases} 1-x > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\log_{1-x} (2x-1) \geq 1$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

разделим неравенство на 2 возможных случая

① пусть $0 < 1-x < 1$

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$$

$$2x-1 \leq 1-x$$

$$2x-1-1+x \leq 0$$

$$x \leq \frac{2}{3}, \text{ но } x \in (0; 1)$$

② пусть $1-x > 1, x < 0$

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$$

$$2x-1 \geq 1-x$$

$$2x-1-1+x \geq 0$$

$$3x-2 \geq 0$$

$$x \geq \frac{2}{3}, \text{ но } x < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$$

итого $x \leq \frac{2}{3}, x \in (0; 1)$

$$x \geq \frac{2}{3}, x \neq 0$$

пересечение: $x \in (0; \frac{2}{3}]$

с учетом ограничений: $x \in (\frac{1}{2}; \frac{2}{3}]$

Ответ: $x \in (\frac{1}{2}; \frac{2}{3}]$



Задача 3.

корней $x^6 - 6x^5 + 15x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ - имеет 6 действ.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Найти: a, b, c, d - ?

Решение: пусть $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ - корни ур-ня
по т. Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 6 & (1) \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_4 + x_1x_5 + x_2x_6 + \dots + x_5x_6 = 15 & (2) \end{cases}$$

возводим (1) в квадрат и вычитаем (2)

Получаем:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 = 6 \quad (3)$$

Имеем: (1) и (3) Они равны друг другу

тогда составим систему

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 6 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 = 6 \end{cases}$$

по КБЧ

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq \sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2)} \cdot 6$$

т.к. левая и правая части равны, то

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 1$$

тогда $a = -20$, т.к. $(x-1)^6 = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$

$$b = 15$$

$$c = -6$$

$$d = 1$$

Ответ: $a = -20$; $b = 15$; $c = -16$; $d = 1$

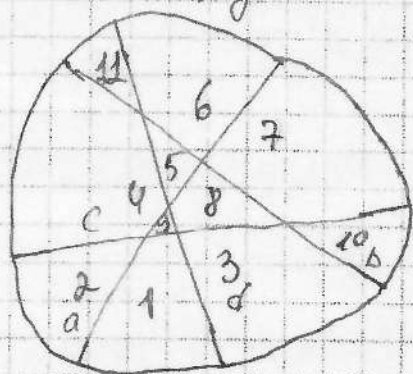
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8. a, b, c, d, e - 5 прямых

Решение: две прямые (пусть a и b) делят плоскость на 4 части. Это максимум, если они пересекаются. Также у нас есть 3 прямые (пусть c). Чтобы c разделила плоскость на наибольшее количество частей, она должна пересекать a и b и не должна проходить через точку пересечения a и b . Итого уже 7 частей.

У нас есть 4 прямая (пусть будет d). Чтобы d разделила плоскость на наибольшее количество частей, она должна пересечь a, b, c , но не в точках пересечения прямых. Таким образом, ~~на~~ пополам разбиваются 4 из 7 частей.

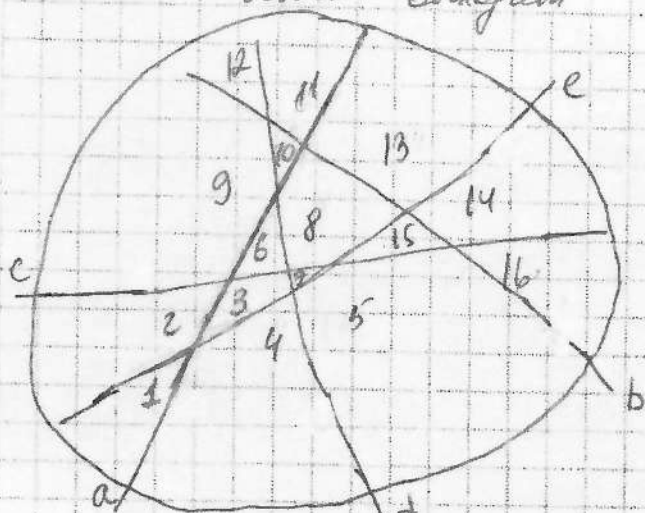
Итого выходит $4 \cdot 2 + 3 = 11$ частей.



У нас есть 5 прямых (пусть будет e). Чтобы e разделила ~~а~~ плоскость на наибольшее количество частей, она должна пересекать a, b, c, d , но не проходить ни через одну из точек пересечения.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Такими образом, 5 из 11 частей разобьются на 2 части. Итого выйдут $5 \cdot 2 + 6 = 16$ частей



Ответ: 16 частей

Задача 2.

$$x^2 - y^2 - x + 3y - 2$$

представить в виде множителей:

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - x + 3y - 2 &= x^2 + xy - 2x - xy - y^2 + 2y + x + y - 2 = \\ &= x(x+y-2) - y(x+y-2) + (x+y-2) = (x-y+1)(x+y-2) \end{aligned}$$

Задача 4.

$$\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{68}} \quad \vee \quad 6,40$$

$$15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{68} \quad \vee \quad 40,96$$

$$\sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{68} \quad \vee \quad 25,96$$

$$4\sqrt{3} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{17} \quad \vee \quad 25,96$$

$$\sqrt{42} \left(4\sqrt{\frac{1}{14}} + 2\sqrt{\frac{1}{3}} + 2 \right) \quad \vee \quad 25,96$$

$$4\sqrt{\frac{1}{14}} + 2\sqrt{\frac{1}{3}} + 2 \quad \vee \quad \frac{25,96}{\sqrt{42}}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

далее рассмотрим 2

левая часть будет больше 2, а правая меньше 2,
тогда левая часть больше правой.

След-но

$$\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} > 6,40.$$

Задача 5.

$$\begin{cases} y^2 + zx - zy - yx = 3x - 3y + 5 & (1) \\ 2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad y^2 + zx - zy - yx &= 3x - 3y + 5 \\ y^2 - yx &= (x-y)(3-z) + 5 \\ y(y-x) - (x-y)(3-z) &= 5 \\ -y(x-y) - (x-y)(3-z) &= 5 \\ (x-y)(3-z+y) &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 2y - 3 &= yx - yz - 2x + 2z \\ 2y - 3 &= (x-z)(y-2) \\ 2(y-2) - (x-z)(y-2) + 1 &= 0 \\ (y-2)(2-x+z) &= -1 \end{aligned}$$

$$\text{Итого: } \begin{cases} (x-y)(3-z+y) = -5 \\ (y-2)(2-x+z) = -1 \end{cases} \quad (3)$$

Т.к. $x, y, z \in \mathbb{Z}$, то и множители будут принадлежать $\mathbb{Z}$ (целым числам)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

тогда рассмотрим случаи

① $x + y = -5$

$3 - z + y = 1$

$y - z = -1$

$2 - x + z = 1$

② $x - y = -5$

$3 - z + y = 1$

$y - z = -1$

$2 - x + z = 1$

③ $x - y = 1$

$3 - z + y = -5$

$y - z = -1$

$2 - x + z = 1$

④ $x - y = 1$

$3 - z + y = -5$

$y - z = +1$

$2 - x + z = 1$

⑤ $x - y = -1$

$3 - z + y = 5$

$y - z = 1$

$2 - x + z = 1$

⑥ $x - y = -1$

$3 - z + y = 5$

$y - z = 1$

$2 - x + z = -1$

⑦ $x - y = 5$

$3 - z + y = 1$

$y - z = 1$

$2 - x + z = -1$

⑧ $x - y = 5$

$3 - z + y = -1$

$y - z = -1$

$2 - x + z = 1$

решение есть только у 5) и 8)

5) $x = 0$

$y = 1$

$z = -1$

8) $x = 6$

$y = 1$

$z = 5$

Ответ: $(0; 1; -1)$ и $(6; 1; 5)$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
листочка и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте на пополам.

Задача № 1

Вариант № 2 11 класс

Пусть скорость велосипедиста равна x .

Пусть скорость ветра равна y .

⇒ Выведем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{3}{1} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{5}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{3} \\ x-y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow 2x = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} \Rightarrow x = \frac{4}{15}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	-	+	-	+	+	+	6

Собственная скорость велосипедиста равна $\frac{4}{15}$ км/мин.

⇒ 1 километр он проедет за время $t = \frac{1}{\frac{4}{15}} = \frac{15}{4}$ минут.

Ответ: $\frac{15}{4}$ минут.

Задача № 2

$$\begin{aligned} (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 &= (x+y+z-x)(x^2+y^2+z^2 + x(x+y+z) + x^2) - (y^3+z^3) = \\ &= (y+z)(x^2+y^2+z^2 + 2xz + 2xy + 2yz + x^2 + xy + xz + x^2) - (y+z)(y^2-yz+z^2) = \\ &= (y+z)(3x^2+y^2+z^2 + 3xz + 3xy + 2yz) - (y+z)(y^2-yz+z^2) = \\ &= (y+z)(3x^2+2y^2+2z^2 + 3xz + 3xy + yz) \end{aligned}$$

Задача № 4

$$\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \quad \text{и} \quad 6,5$$

$$(\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140})^2 \quad \text{и} \quad (6 + 0,5)^2$$

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \quad \text{и} \quad 36 + 6 + 0,5^2$$

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \quad \text{и} \quad 42 + 0,5^2$$

$$11.4 - 17.4 = \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} - 27 = 0,5^2 \cdot 2$$

$$\text{т.к. } 7,5^2 = 56,25, \quad 9^2 = 81, \quad 11,5^2 = 132,25$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой. Не пишите за пределами
клеточки и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте на пополам.

$$\sqrt{60} > 7,5, \quad \sqrt{84} > 9, \quad \sqrt{140} > 11,5. \quad (1)$$

Запишем $\sqrt{60}$ как 7,5, $\sqrt{84}$ как 9, $\sqrt{140}$ как 11,5 получаем:

$$Л.Ч. - П.Ч. = 7,5 + 9 + 11,5 - 27 - 0,5^2 = 1 - 0,25 = 0,75;$$

$$\Rightarrow Л.Ч. > П.Ч. \quad \text{т.е.} \quad Л.Ч. - П.Ч. > 0.$$

По из (1) $\Rightarrow$ что на самом деле (2) $> 0,75, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5.$$

Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$

Задача 16

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \cdot \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0;$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cdot \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x \cdot \cos x + 8 \sin x - 2 \cos x = 0;$$

$$\cos x (\sin^2 x + \cos x) - 4 \sin x (\sin^2 x + \cos x) + 2(4 \sin x - \cos x) = 0;$$

$$(\sin^2 x + \cos x)(\cos x - 4 \sin x) - 2(\cos x - 4 \sin x) = 0;$$

$$(\cos x - 4 \sin x)(\sin^2 x + \cos x - 2) = 0; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - 4 \sin x = 0 & (1) \left[\frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} - \frac{8 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = 0 \right]; \quad \left(\text{По } \sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}, \right. \\ \sin^2 x + \cos x - 2 = 0 & (2) \left[1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \right] \quad \left. \cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \right) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \cos^2 x - \cos x + 1 = 0; \quad \text{Положим } \cos x = t$$

$$t \in [-1; 1] \Rightarrow t^2 - t + 1 = 0;$$

$$\text{Дискриминант равен т.е. } D = 1 - 4 = -3.$$

$$(1) \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2} - 8 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = 0; \quad \text{Положим } \tan \frac{x}{2} = t;$$

$$\Rightarrow \frac{1 - t^2 - 8t}{t^2 + 1} = 0; \Rightarrow \frac{t^2 + 8t - 1}{t^2 + 1} = 0;$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой. не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\Rightarrow \frac{(t^2 + 4 - \sqrt{17})(t^2 + 4 + \sqrt{17})}{t^2 + 4} = 0;$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 \frac{x}{2} = -4 + \sqrt{17} \\ t^2 \frac{x}{2} = -4 - \sqrt{17} \end{cases}; \text{ т.к. } t^2 + 1 > 0; \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \arctg(-4 + \sqrt{17}) + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{x}{2} = \arctg(-4 - \sqrt{17}) + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } x = 2 \arctg(\sqrt{17} - 4) + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2 \arctg(-\sqrt{17} - 4) + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

Задача 4.

$$|\cos_{|1-2x|}(3-x)| \geq 1; \text{ ОДЗ: } x \neq 0,5, x < 3.$$

$$|\cos_{|1-2x|}(3-x)| \geq |\cos_{|1-2x|}(1-2x)|; \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3-x \geq |1-2x| \\ |1-2x| > 1 \\ 3-x \leq |1-2x| \\ |1-2x| < 1 \end{cases}; \Rightarrow \begin{cases} 1-2x \leq 3-x \\ 1-2x \geq x-3 \\ 1-2x > 1 \\ 1-2x < -1 \end{cases}; \Rightarrow \begin{cases} x \in [-2; +\infty) \\ x \in (-\infty; \frac{4}{3}] \\ x < 0 \\ x > 1 \end{cases}; \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2] \\ x \in [\frac{4}{3}; +\infty) \\ x > 0 \\ x < 1 \end{cases}; \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \in [-2; 0,5) \cup (0,5; \frac{4}{3}] \\ x \in (-\infty; 0) \cup (1; \frac{4}{3}) \\ x \in (-\infty; -2] \cup [\frac{4}{3}; 3) \\ x \in (0; 0,5) \cup (0,5; 1) \end{cases}; \Rightarrow \begin{cases} x \in (-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}) \\ x \in \emptyset \end{cases}; \Rightarrow \text{Ответ: } x \in (1; \frac{4}{3}) \cup [-2; 0).$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой. не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача № 5

$$\begin{cases} x^2 + yz - xy - zx = 3z - 3x + 2 \\ 9x^2 + z + y = 6 + xz + xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + yz - xy - zx - 3z + 3x = 2 \\ 9x + z + y = 6 + xz + xy \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x-z) + y(z-x) - 3(z-x) = 2 \\ 9x + z + y = 6 + xz + xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-z)(x+y+3) = 2 & (1) \\ 9x + z + y = 6 + xz + xy & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} x-z = 2 \\ x-y+3 = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2+z \\ y = 4+z \end{cases} \quad (3) \quad \text{Здесь 2 случая!}$$

$$\begin{cases} x-z = -2 \\ x-y+3 = -1 \end{cases} ; \begin{cases} x = z-2 \\ y = z+2 \end{cases} \quad (4)$$

$$(2), (3) \Rightarrow 18 + 9z + z + 4 + z = 6 + 2z + z^2 + (2+z)(4+z);$$

$$\cancel{18 + 9z + z + 4 + z} \quad 16 + 9z = 8 + 2z + 4z + z^2 + z^2;$$

$$2z^2 - 3z - 8 = 0;$$

$$D = 9 + 64 = 73; \Rightarrow z - \text{не имеет целого значения.}$$

$$(2), (4) \Rightarrow 9z - 18 + z + z + 2 = 6 + z^2 - 2z + z^2 - 4;$$

$$\cancel{9z - 18 + z + z + 2} \quad 2z^2 - 13z + 18 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{13 \pm 5}{4}; \Rightarrow z = 2.$$

$$(4) \Rightarrow x = 0, \quad y = 4.$$

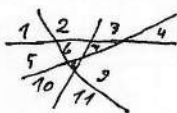
$$\text{Ответ: } x=0, \quad y=4, \quad z=2.$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой. не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №8:

Очевидно, что наибольшим это число частей будет, если прямые пересекаются. В случае наличия 2 прямых максимальное число частей равно 4, т.е. число пересечений равно 1. В случае наличия 3 прямых максимальное количество частей будет равно 7, если 3 прямых будут пересекать 2 группы не проходя через их точку пересечения. (Это можно понять глядя на случай, когда 3 прямые пересекаются 1 или 2 прямой и когда 3 прямые пересекают 1 и 2 прямо). Для 4 прямых работает та же логика: сравним случаи, когда 4 прямые || 1, 2, 3 или 1 или 2 или 3 прямой и когда 4 прямые пересекают 1, 2, 3 прямые, мы можем понять, что максимальное число частей будет если 4 прямых пересекут 3 группы.

Пример:



Ответ: 11.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №3:

По Т. ВНЕГ:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \quad (1) \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 + x_2 x_4 + x_1 x_4 + x_3 x_4 = a \\ - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 - x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 - x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 = b \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 = 16;$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 + x_3^2 + x_4^2 + 2x_3 x_4 + \dots - x_1 x_2 x_3 = 16;$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2a = 16$$

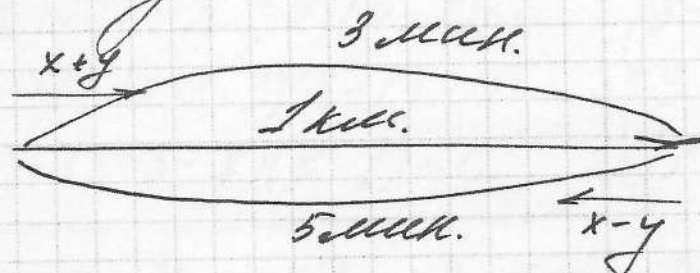
Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

11 класс

Задача 1.



Пусть x -
- скорость вело-
сипедиста, а
 y - скорость ветра

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 3 = 1 \\ (x-y) \cdot 5 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+y) \cdot 3 = (x-y) \cdot 5 \\ 3x + 3y = 5x - 5y \end{cases}$$

$$2x = 8y \Rightarrow x = 4y \Rightarrow y = \frac{x}{4}$$

$$\begin{aligned} (x + \frac{x}{4}) \cdot 3 &= 1 \\ 3x + \frac{3}{4}x &= 1 \end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
										6	8

$\frac{15}{4}x = 1 \Rightarrow$ в безветренную по-
ду велосипедист проедет 1
км за $\frac{15}{4}$ мин. (3,75 мин.)

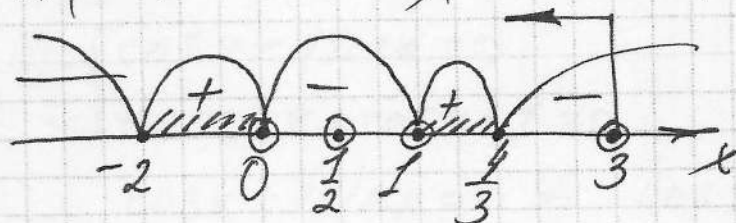
Ответ: 3,75 мин.

Задача 7.

$$\log_{|1-2x|}(3-x) \geq 1$$

$$\log_{|1-2x|}(3-x) \geq \log_{|1-2x|}|1-2x|$$

$$f(x) = (3-x - |1-2x|)(|1-2x| - 1) \geq 0$$



$$f(2) = (3-1)(3-2-3) < 0$$

$$\text{ОДЗ: } 1-2x \neq 0$$

$$|1-2x| \neq 1$$

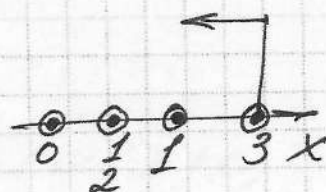
$$3-x > 0$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$x \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$x < 3$$



Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$f(\frac{5}{4}) = (3 - \frac{5}{4} - \frac{3}{2})(3\frac{3}{2} - 1) > 0$	Корни уравнения $(3-x- 1-2x)(1-2x -1)=0$ $\begin{cases} 3-x- 1-2x =0 \\ 1-2x -1=0 \end{cases}$
$f(\frac{1}{2}) = (3 - \frac{1}{2} - 0)(0 - 1) < 0$	
$f(-1) = (3 + 1 - 3)(3 - 1) > 0$	
$f(-3) = (3 + 3 - 7)(7 - 1) < 0$	

$\begin{cases} 3-x=1-2x \\ 1-2x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x-3=1-2x \\ 1-2x < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 1-2x=1 \\ 1-2x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 1-2x=-1 \\ 1-2x < 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x = -2, \text{ корень} \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{4}{3}, \text{ корень} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} x = 0, \text{ корень} \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} x = 1, \text{ корень} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$.

Задача 6.

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x \cos x + 8 \sin x = 0$$

$$\sin^2 x (\cos x - 4 \sin x) - 2(\cos x - 4 \sin x) + \cos x (\cos x - 4 \sin x) =$$

= 0

$$(\cos x - 4 \sin x)(\sin^2 x - 2 + \cos x) = 0$$

$$(\cos x - 4 \sin x)(-\cos^2 x + \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x - 4 \sin x = 0 \\ -\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$-\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x - 4 \sin x = 0 \Rightarrow \cos x = 4 \sin x \quad (\cos x \neq 0,$$

т.к. если $\cos x = 0$, то $\sin x = 1 \Rightarrow \cos x =$

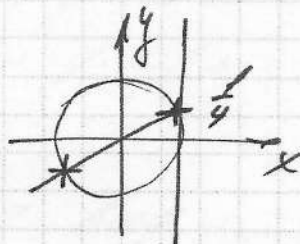
Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

- $\sin x \neq 0$ т.к. $\cos x \neq 0$, поделим обе части на $\cos x$.

$$1 = \tan x \Rightarrow \tan x = \frac{1}{4}$$

$$x = \arctan \frac{1}{4} + \pi k.$$



$$-\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$t^2 - t + 1 = 0$$

Пусть $\cos x = t$

$$-1 \leq t \leq 1$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 = -3 < 0 \Rightarrow \text{нет действ. корней}$$

Ответ: $x = \arctan \frac{1}{4} + \pi k.$

Задание 2.

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = (x+y+z-x)((x+y+z)^2 - x^2) - (y+z)(y^2 + yz + z^2) = (y+z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz + x^2 + xy + xz + x^2) - (y+z)(y^2 + yz + z^2) = (y+z)(3x^2 + y^2 + z^2 + 3xy + 2yz + 3xz - y^2 - yz - z^2) = (y+z) \cdot 3 \cdot (x^2 + xy + yz + xz) = 3(y+z)((x+y)x + z(x+y)) = 3(y+z)(x+y)(x+z)$$

Задание 3.

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0. \text{ По теореме Виета:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = a \\ x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_2 x_3 x_4 + x_1 x_3 x_4 = -b \end{cases}$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Т.к. $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$, $a = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 6$, $b = -(1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1) = -4$

Значит уравнение имеет вид
 $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0$

Ответ: $a=6$; $b=-4$.

Задача 4.

$\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} = \sqrt{15 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}}$. Если $x = \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5}$, $z = \sqrt{7}$, то
 $x^2 + y^2 + z^2 = 15$, значит $15 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^2$
 $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}}$
 $((x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$.

~~$1,73 < \sqrt{3} < 1,74$; $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$; $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$~~

$1,73 < \sqrt{3} < 1,74$; $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$; $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$

При сложении трёх минимальных значений корней получаем 6,6, что больше 6,5 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 6,5$.

Задача 5.

$\begin{cases} x^2 + y^2 - yx - zx = 3z - 3x + 2(1) \\ 9x + z + y = 6 + xz + yx(2) \end{cases}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(1): x(x-z) - y(x-z) = -3(x-z) + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-y+3)(x-z) = 2 \Rightarrow \text{существует 4 решения.}$$

$$\begin{array}{|l|l|l|l|} \hline 1. x-y+3=1 & 2. x-y+3=2 & 3. x-y+3=-1 & 4. x-y+3=-2 \\ \hline x-z=2 & x-z=1 & x-z=-2 & x-z=-1 \\ \hline \end{array}$$

Сложим 2 уравнения.

$$\begin{array}{|l|l|} \hline 2x - (y+z) = 0 \Rightarrow 2x = y+z & 2x - (y+z) = -6 \Rightarrow \\ \hline \Rightarrow 2x + 6 = y+z & \end{array}$$

$$(2): 9x + (z+y) = 6 + x(z+y). \text{ Подставим полу-}$$

ченные значения

$$9x + 2x = 6 + 2x^2$$

$$2x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 121 - 48 =$$

$$= 73 = (\sqrt{73})^2. \text{ Дискриминант - иррациональное}$$

число $\Rightarrow$ корни - не це-

лые числа $\Rightarrow$ решение

не учитываются.

$$9x + 2x + 6 = 6 + 2x^2 + 6x$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x(2x-5) = 0$$

$\begin{cases} x=0, \text{ корень} \\ x=\frac{5}{2} - \text{посторонний} \end{cases}$
корень, т.к. не целое число.

$x=0$. Подставляя в уравнение ^{3-ей} и в ^{4-ой} системы получаем:

$$-y+3=-1 \Rightarrow y=4$$

$$-z=-2 \Rightarrow z=2$$

или

$$-y+3=-2 \Rightarrow y=5$$

$$-z=-1 \Rightarrow z=1$$

Ответ: $(0; 4; 2); (0; 5; 1)$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

I (1) вариант

$$\begin{aligned} x^5 + x + 1 &= x^5 - x^2 + x^2 + x + 1 = x^2(x^3 - 1) + (x^2 + x + 1) = \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2(x - 1) + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1) = \\ &= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1) \end{aligned}$$

Огаллов
Рен

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

7

$$\log_{x-3} |x-4| < 2$$

$$I \quad x > 4 \quad (x \neq 4)$$

$$\log_{x-3} (x-4) < \log_{x-3} (x-3)^2$$

$$\text{т.к. } x > 4, \text{ то } x-3 > 1 \Rightarrow \log_{x-3} (x-4) < \log_{x-3} (x-3)^2$$

$$x-4 < (x-3)^2$$

$$x-4 < x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 7x + 13 > 0$$

$$D < 0 \quad \text{всегда}$$

$$II \quad x < 4 \quad (x \neq 3)$$

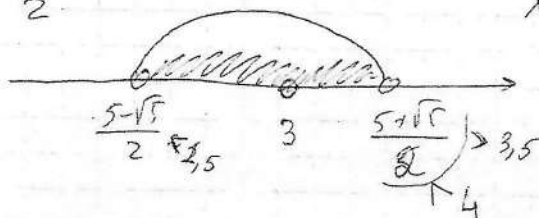
$$\log_{x-3} (-x+4) < \log_{x-3} (x-3)^2$$

$$\text{т.к. } x < 4, \text{ то } x-3 < 1 \Rightarrow \log_{x-3} (4-x) < \log_{x-3} (x-3)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$4-x > x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 5x + 5 < 0$$



$$\text{Ответ: } \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}; 3 \right) \cup \left(3; \frac{5+\sqrt{5}}{2} \right) \cup (4; +\infty)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

⑥

$$\sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \cdot \sin 2x - 2 \cos^3 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^3 x + \sin x \cos x - 2 \sin x - 2 \sin^2 x \cos x - 2 + 2 \sin^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^3 x + 2 \sin^2 x (1 - 2 \cos x) + \sin x (\cos x - 2) + 2(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\sin x (\sin^2 x + \cos x - 2) + 2(1 - 2 \cos x)(\sin^2 x - 1) = 0$$

$$\sin x (-\cos^2 x + \cos x - 1) + 2(1 - 2 \cos x)(\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} = - \begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) = 0 & \sin x = 0 & \text{или} & \cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \\ (2) = 0 & \cos x = \frac{1}{2} & \text{или} & \sin x = \pm 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ t^2 + t + 1 = 0 \quad - t > 0 \text{ всегда } (t = \cos x) \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}$$

пересечения
нет $\Rightarrow$
корней в этом
случае нет.

$$(1) = -(2)$$

$$\cos^2 x \cdot \sin x - \cos x \sin x + \sin x = 2(\sin^2 x - 2 \cos x \sin^2 x - 1 + 2 \cos x)$$

$$\cos^2 x \sin x - \cos x \sin x + \sin x = 2 \sin^2 x - 4 \cos x \sin^2 x - 2 + 4 \cos x$$

$$\cos^2 x (\sin x) - \cos x (\sin x - 4 \sin^2 x + 4) + (\sin x + 2 - 2 \sin^2 x) = 0$$

$$t = \cos x$$

$$t_{1,2} = \frac{(\sin x - 4 \sin^2 x + 4) \pm \sqrt{(\sin x - 4 \sin^2 x + 4)^2 - 4(\sin x + 2 - 2 \sin^2 x)}}{2 \sin x}$$



Место проведения: ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова», г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

(4)

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < \frac{54}{10} = \frac{27}{5}$$

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < (5,4)^2 = 29,16$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < 19,16$$

$$24 + 40 + 60 + 2(8\sqrt{15} + 20\sqrt{6} + 12\sqrt{10}) < 367,1056$$

$$8(2\sqrt{15} + 5\sqrt{6} + 3\sqrt{10}) < 243,1056$$

$$2\sqrt{15} + 5\sqrt{6} + 3\sqrt{10} < 30,3882$$

$$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$$

$$3,1 < \sqrt{10} < 3,2$$

$$3,8 < \sqrt{15} < 3,9$$

$$2 \cdot 3,9 + 5 \cdot 2,5 + 3 \cdot 3,2 =$$

$$= 7,8 + 12,5 + 9,6 = 29,9 < 30,3882$$

Ответ: $< 5,4$

+

Место проведения: ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова», г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0 \quad (3)$$

5 нсп. корней
(все корни > 0)
 $\in \mathbb{R}$ Заметим, что если x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – корни,

то $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$, а

$$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = 1 \quad \leftarrow \text{т.к. корней нечётное число, то}$$

один только $= 1$
(остальные представляли в виде
пар обратных чисел)

$x = 1$ – корень $\Rightarrow$

$$1 - 5 + a + b + c - 1 = 0 \quad a + b + c = 5$$

~~(по классической)~~ По классической
неравенству $a + \frac{1}{a} \geq 2 \Rightarrow$ т.к. сумма 4х оставшихся
х равна 4, то
она достигается только
при $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$
(учитывая, что они > 0)

$$\Rightarrow a = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_1 x_5 + \dots = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 = C_5^2$$

$$b = -(x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_2 x_5 + \dots) = -C_5^3 = -10$$

$$c = x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_5 = C_5^4 = 5$$

Ответ: $a = 10$, $b = -10$, $c = 5$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 & (1) \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz & (2) \end{cases} \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$(1) + (2) \quad z^2 + yx + 6 = 3x - 3z + 2 + 9z + x + y$$

$$z^2 + yx + 6 = 4x + 6z + y + 2$$

$$\text{из (2): } 9z - xz - yz = 6 - x - y \quad z = \frac{6 - x - y}{9 - x - y}$$

$$\text{пусть } x + y = a \quad z = \frac{6 - a}{9 - a} \quad z \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{6}{9 - a} - \frac{a}{9 - a} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{6}{9 - a} \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 9 - a = 6 & a = 3 \\ 9 - a = 3 & a = 6 \\ 9 - a = 2 & a = 7 \\ 9 - a = 1 & a = 8 \end{cases}$$

но одновременно

$$\frac{a}{9 - a} \in \mathbb{Z}$$

$$1) a = 3 \quad \frac{3}{6} \notin \mathbb{Z} \quad \times$$

$$2) a = 6 \quad \frac{6}{3} \in \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

$$3) a = 7 \quad \frac{7}{2} \notin \mathbb{Z} \quad \times$$

$$4) a = 8 \quad \frac{8}{1} \in \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{6 - 6}{9 - 6} = 0 \\ z = \frac{6 - 8}{9 - 8} = -2 \end{cases}$$

$$1) z = 0$$

$$\begin{cases} yx = 3x + 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow y = 6 - x$$

$$6x - x^2 = 3x + 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 & y = 5 \\ x = 2 & y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 & y = 5 \\ x = 2 & y = 4 \end{cases}$$

$$2) z = -2$$

$$\begin{cases} 4 + yx + 2y + 2x = 3x + 6 + 2 \\ -18 + x + y = 6 - 2x - 2y \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} 2 + yx + 2y + 2x = 3x + 6 \\ 3x + 3y = 24 \end{cases} \quad x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$$

$$2 + 8x - x^2 + 16 - 2x + 2x = 3x + 6$$

$$x^2 - 5x - 12 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 48}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Ответ: $\{1; 5; 0\}; \{2; 4; 0\}$



Diagram showing two points A and B on a horizontal line. A vector $\vec{v}_1$ points from A to the right, and a vector $\vec{v}_2$ points from B to the left. A point X is marked on the segment AB. The distance from A to X is labeled x , and the distance from X to B is labeled $S - x$. The total distance from A to B is labeled S .

Equations and calculations:

$$t_1 = 27 \text{ min}$$

$$t_2 = 12 \text{ min}$$

$$S = 12v_2 + 27v_1$$

Пусть x — длина отрезка AB , которую проехала I

$$(t_0 + t_1) \cdot (S - x) = (t_0 + t_2) \cdot x$$

t_0 — время до встречи

$$(t_0 + 27)(S - x) = (t_0 + 12) \cdot x$$

$$(t_0 + 27)(t_0 v_2) = (t_0 + 12) t_0 v_1$$

$$\frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} = \frac{v_1}{v_2} \quad v_1 = \left(\frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} \right) v_2$$

$$(t_0 + 12)v_2 = S = 12v_2 + 27 \frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} v_2$$

$$(t_0 + 12)v_2 = 12v_2 + 27 \frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} v_2$$

$$t_0^2 + 24t_0 + 144 = 12t_0 + 144 + 27t_0 + 729$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$t_0^2 - 15t_0 - 728 = 0$$

$$t_{0,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 728 \cdot 4}}{2}$$

$$t_0 = \frac{15}{2}$$

1

до встречи в х проин
время t_0
весь путь = S.

A B

$\vec{v}_1$ $\leftarrow \vec{v}_2$

$t_1 = 27 \text{ мин}$
 $t_2 = 12 \text{ мин}$

$$S = (t_0 + 27)v_1 = (t_0 + 12)v_2$$

$$S = t_0 v_1 + t_0 v_2$$

$$\frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} v_1$$

$$(t_0 + 27)v_1 = t_0 v_1 + t_0 \left(\frac{t_0 + 27}{t_0 + 12} \right) v_1$$

$$(t_0 + 27)(t_0 + 12) = t_0(t_0 + 12) + t_0(t_0 + 27)$$

$$t_0^2 + 27t_0 + 12t_0 + 27 \cdot 12 = t_0^2 + 12t_0 + t_0^2 + 27t_0$$

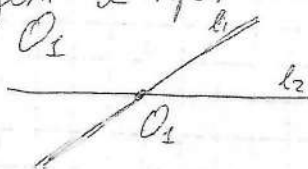
$$t_0^2 = 27 \cdot 12 \Rightarrow t_0 = 9 \cdot 2 = 18 \text{ (мин)}$$

Ответ: из A в B за 45 минут
из B в A за 30 минут

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

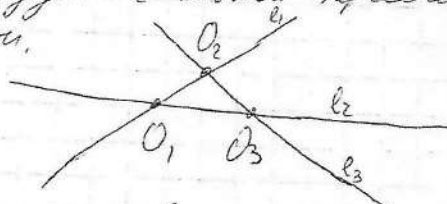
8

- 1) проведём 2 прямые и обозначим их точки пересечения O_1



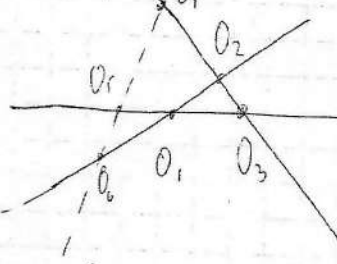
плоскость разделится на 4 части (+2)

- 2) рассмотрим 3-ю прямую: т.к. все прямые не параллельны, то будет 2 точки пересечения и прямая поделится на 3 части.



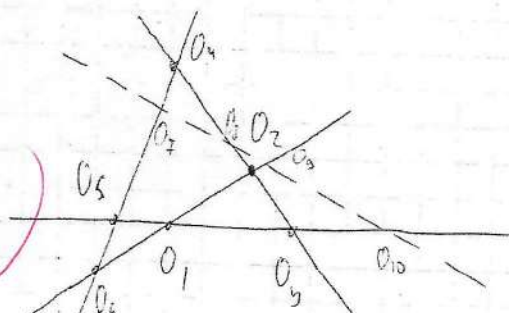
плоскость состоит из 7 частей (+3)

- 3) теперь проведём 4-ю прямую она добавит ещё 4 части



$$\Sigma = 11$$

- 4) проведём 5-ю прямую



- 5) Аналогично 6-я прямая добавляет 6 частей.

$$\Sigma = 22$$

Ответ: 22 части.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№2

1 вариант 11 класс

$$\begin{aligned} & x^5 + x + 1 = \\ & = x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x + 1 = \\ & = x^3(x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) + 1(x^2 + x + 1) = \\ & = (x^3 - x^2 + 1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

№4

$$\log_{x-3} |x-4| < 2$$

$$\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \neq 1 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

6 баллов
реш

Обл. отр
 $x \in (3; 4) \cup (4; +\infty)$

$$\log_{x-3} |x-4| < \log_{x-3} (x-3)^2$$

$$\log_{x-3} |x-4| - \log_{x-3} (x-3)^2 < 0$$

Исп. метод. рационализации

$$(x-3-1) (|x-4| - (x-3)^2) < 0$$

$$(x-4) (|x-4| - (x-3)^2) < 0$$

1) если $(x-4) > 0$, то $|x-4| = (x-4)$
 $x > 4$

$$(x-4) (x-4 - x^2 + 6x - 9) < 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$(x-4) (x^2 - 7x + 13) > 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 13 = -3$$

$D < 0 \Rightarrow (x^2 - 7x + 13)$ положительно при любых x

$$(x-4) (x^2 - 7x + 13) > 0 \quad | \cdot \frac{1}{x^2 - 7x + 13}$$

продолжение - стр. №2

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

продолжение №7

$$(x-4) > 0$$

2) если $(x-4) < 0$, то $|x-4| = 4-x$
 $x < 4$

$$(x-4)(4-x-x^2+6x-9) < 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$(x-4)(x^2-5x+5) > 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 5 = 5$$

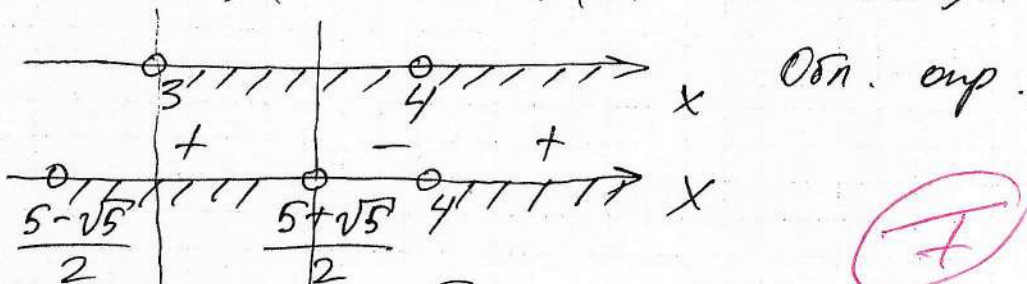
$$\sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{5+\sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$$

$$2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

$$\frac{5+\sqrt{5}}{2} \approx 3,6... \quad \frac{5-\sqrt{5}}{2} \approx 1,4...$$

$$(x-4)\left(x - \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) > 0$$



$$x \in (3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}) \cup (4; +\infty) \text{ if } x \in (3; 4)$$

$$x \in (3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}) \quad x \text{ (модуль)}$$

$$x \in (3; \frac{5+\sqrt{5}}{2})$$

Проверьте решение!
 Ответ: $(3; \frac{5+\sqrt{5}}{2})$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N°6

$$\sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \sin 2x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^3 x + \sin x \cos x - 2 \sin x - 2 \sin^2 x \cos x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^2 x (\sin x - 2 \cos x) + \sin x (\sin x - 2 \cos x) -$$

$$\sin^2 x (\sin x - 2 \cos x) + \cos x (\sin x - 2 \cos x) - 2 (\sin x - 2 \cos x) = 0$$

$$(\sin^2 x + \cos x - 2) (\sin x - 2 \cos x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos x - 2 = 0 & (1) \\ \sin x = 2 \cos x & (2) \end{cases}$$

$$\sin x = 2 \cos x \quad (2)$$

$$(1) \sin^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$t^2 - t + 1 = 0$$

$$\text{пусть } \cos x = t$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$x - \text{любое}$$

$$D < 0 \Rightarrow \text{уравн. всегда } > 0$$

$$t \in \emptyset \quad x \in \emptyset$$

$$\cancel{(2) \sin x = 2 \cos x}$$

$$\cancel{\frac{1}{2} \sin x = \cos x}$$

$$\cancel{-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \sin x \leq \frac{1}{2}}$$

$$\cancel{-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{1}{2}}$$

$$\cancel{\frac{1}{2} (2) \sin x = 2 \cos x} \quad | \cdot \frac{1}{\cos x}$$

$$\cancel{\tan x = 2}$$

$$\cancel{\cos x \neq 0}$$

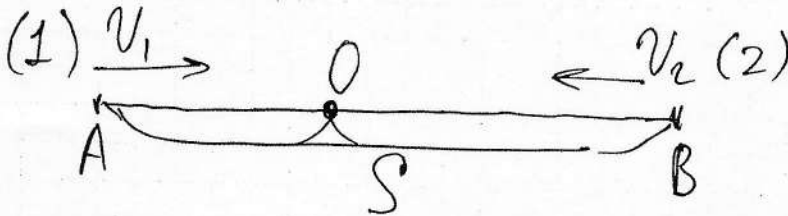
$$\cancel{x = \arctan 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}}$$

продолжение - стр 4

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

продолжение № 6

Ответ: $\arctg 2 + \pi, n \in \mathbb{Z}$
№ 1



Пусть I всадник
из A в B
Пусть II всадник
из B в A

$$1) \frac{S}{v_1 + v_2} = t_b$$

$$2) \frac{v_2 t_b}{v_1} = 27$$

$$3) \frac{v_1 t_b}{v_2} = 12$$

$$(2) \cdot (3) \text{ , т.е.}$$

$$\frac{v_2 t_b}{v_1} \cdot \frac{v_1 t_b}{v_2} = 27 \cdot 12$$

$$t_b^2 = 27 \cdot 12$$

$$t_b = 18 \text{ (мин)}$$

$$t_1 = 18 + 27 = 45 \text{ (мин)}$$

$$t_2 = 18 + 12 = 30 \text{ (мин)}$$



Ответ: за 45
(мин), за
30 (мин)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

- №4

$$\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \quad V \quad 5,4$$

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \quad V \quad 29,16$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{24} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{24} < 5$$

~~ближе к 5~~

$$4,9^2 = 24,01 \rightarrow \sqrt{24} \approx 4,9$$

$$4,9^2 = 24,01 \rightarrow \sqrt{24} \approx 4,9 \quad \sqrt{24} \approx 4,9$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$$

$$6 < \sqrt{40} < 7$$

$$\sqrt{40} \approx 40,3225 \quad 6,35$$

$$\sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64}$$

$$7 < \sqrt{60} < 8$$

$$\sqrt{60} \approx 7,75 \quad 14,1$$

$$10 + 4,9 + 6,35 + 7,75 \quad V \quad 29,16$$

$$10 + 4,9 + 14,1 \quad V \quad 29,16$$

$$29 < 29,16$$

Данное неравенство можно считать
верно решённым, т.к. все прибли-
жённые значения были чуть
больше реальных и даже с учётом
этого, левая ч. меньше правой $\Rightarrow$

$$\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < 5,4$$

возвратим
оде концы
в квадрат

$$\begin{array}{r} 5,4 \\ + 5,4 \\ \hline 216 \\ + 240 \\ \hline 29,16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,9 \\ + 4,9 \\ \hline 441 \\ + 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,35 \\ + 6,35 \\ \hline 3175 \\ + 1905 \\ \hline 3810 \\ + 103225 \\ \hline 1103225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,75 \\ + 7,75 \\ \hline 3875 \\ + 4025 \\ \hline 5425 \\ + 5425 \\ \hline 600625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,35 \\ + 7,75 \\ \hline 141041 \\ + 190 \\ \hline 1910 \end{array}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~~N 5~~

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

$$\begin{cases} z^2 - 3x - 3z + 2 = z^2 + yx - yz \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

$$3x - 3z + 2 + 9z + x + y = z^2 + yx - yz + 6 + xz + yz$$

$$6z + 4x + y + 2 = z^2 + zx + yz + 6$$

$$z^2 + zx + yz + 6 - 6z - 4x - y - 2 = 0$$

$$z^2 + z(x + y - 6) + 4 - 4x - y = 0$$

N 8

Дано:

6 прямых
любые 2 не $\parallel$,
все не проходят
через 1 т.

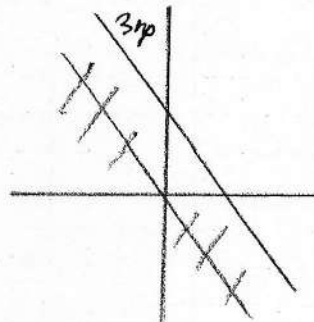
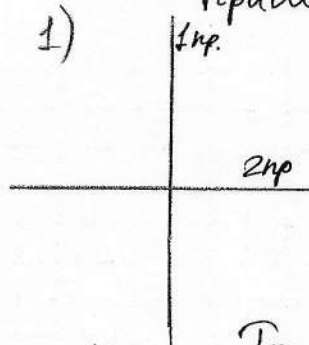
Найти:
на какое
наибольшее
кол-во частей
эти прямые
могут разбить
плоскость

Решение:

Будем строить прямые так, чтобы
каждая последующая прямая,
которую будем строить не пере-
секлась с уже пересечением
предыдущих прямых.

Пример:

1)

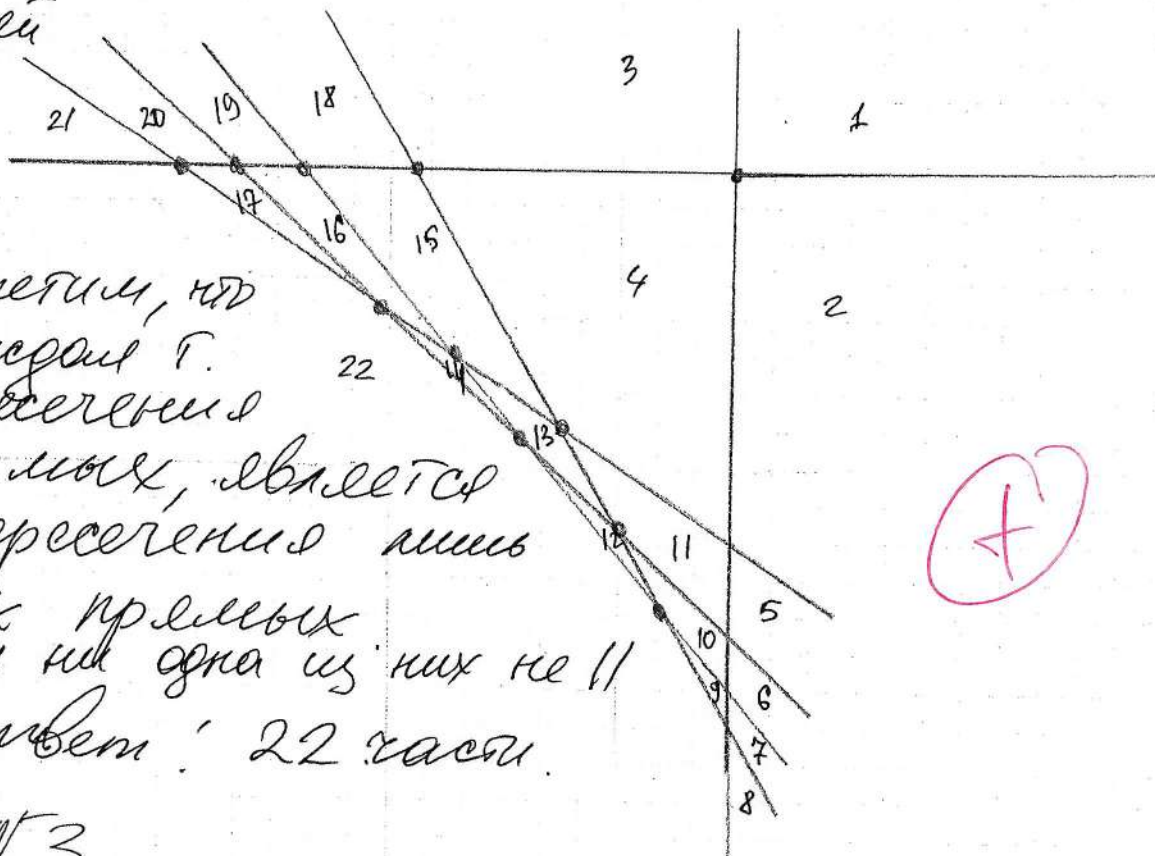


продолжение - стр. 4.

Таким образом

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

продолжение №3
Прямые, построенные в предыдущих
будут образовывать большее кол-во плос-
костей



Заметим, что
каждая л. пересечения
прямых, является
л. пересечения лишь
двух прямых
и ни одна из них не ||
Ответ: 22 л.аси.

№3
$$x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0$$

$a, b, c = ?$
Имеет 5 по-
ложит. корней.

по т. Виета

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = 1$$

по неравенству Коши между ср. ариф-
метическим и ср. геометрическим
продолжение - ср 8

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

продолжение №3

~~№2~~

$$\begin{aligned} & \cancel{x^5 + x^4} - \cancel{x^5 + x + 1} = \cancel{x^5 + x^4} - \cancel{x^4 + x^3} - \cancel{x^3 + x^2} \\ & \cancel{-x^2 + x + 1} \end{aligned}$$

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} \geq \sqrt{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5} / 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 5 \sqrt{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5}$$

Равенство достигается при

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 = 1 \Rightarrow 5 \sqrt{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5} = 5 \cdot 1 = 5$$

тогда по Т. Виета

$$a = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_1 x_5 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_4 + x_3 x_5 + x_4 x_5 = 10$$

$$\cancel{b = x_1 x_2 x_3} \quad b = -10$$

$$c = 5$$

Проверка:
 $1 - 5 + 10 - 10 + 5 - 1 = 0$
 $0 = 0$

Ответ: $a = 10$; $b = -10$; $c = 5$
 №5



$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

продолжение стр. 9

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

продолжение №5

$$z^2 + yx - yz - zx - 3x + 3z = 2$$

$$z(z-x) - y(z-x) - 3(z-x) = 2$$

$$(z-x)(z-y-3) = 2$$

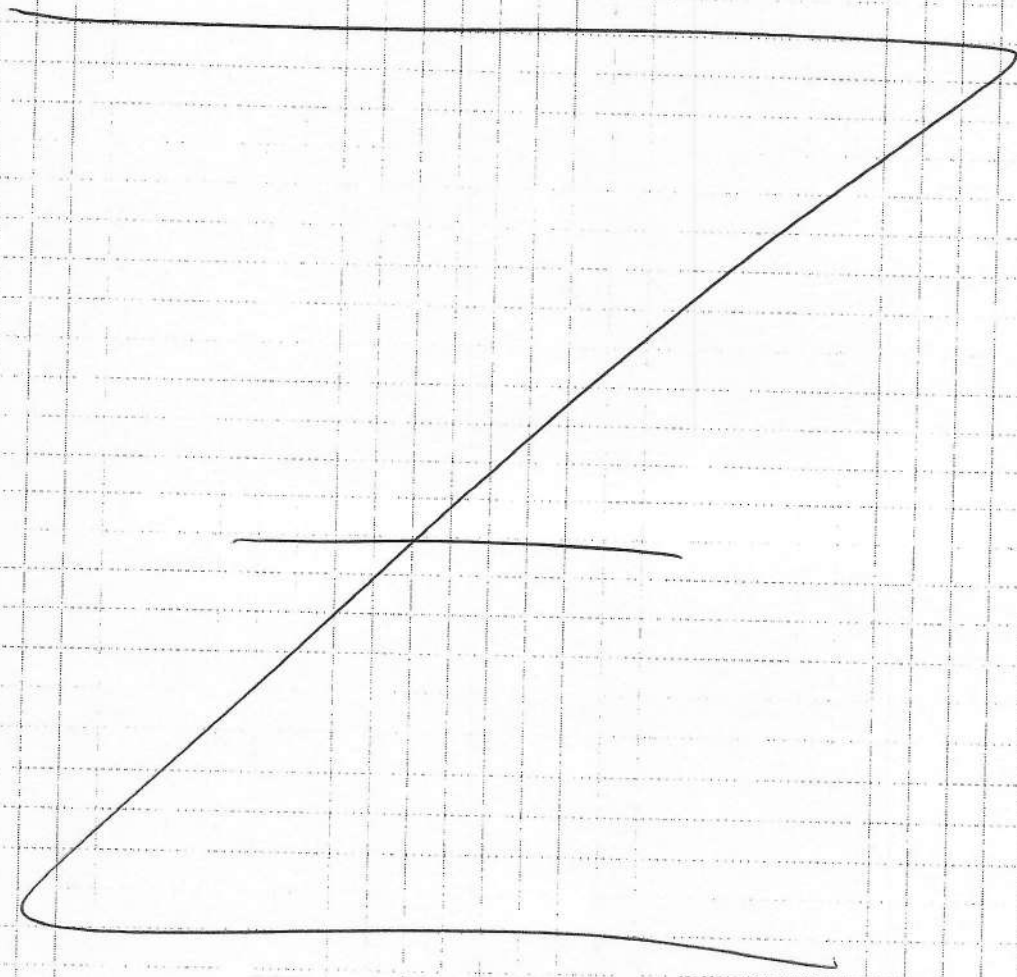
$$\begin{cases} z-y-3=2 \\ z-x=1 \end{cases} \text{ , т.е.}$$

$$\begin{cases} z-y=5 \\ z-x=1 \end{cases}$$

$$x-y=4$$



$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{array}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

① 2S - путь туда и обратно ^{3 вариант 11 кл} S - путь между селениями
 $v_{с.г.}$ - скорость сгоря ; $v_{б.г.}$ - скорость вгору.

τ - общее время ; $\tau = 2$ ч. t_1 - время на подъём

t_2 - время на спуск.

$$\tau = t_1 + t_2 \quad t_1 = \frac{S}{v_{б.г.}} ; t_2 = \frac{S}{v_{с.г.}}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	0	+	+	+	+	+	6

$$2 = \frac{S}{v_{б.г.}} + \frac{S}{v_{с.г.}} \Rightarrow S \left(\frac{1}{v_{б.г.}} + \frac{1}{v_{с.г.}} \right) = 2$$

$$S = 2 \cdot \left(\frac{1}{v_{б.г.}} + \frac{1}{v_{с.г.}} \right)^{-1} = 2 \cdot \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{60} \right)^{-1} = 2 \cdot \left(\frac{2}{60} \right)^{-1} =$$

$$= 2 \cdot \frac{60}{2} = 60 \text{ (км.)} \quad \underline{\text{Ответ: } S = 40 \text{ км.}}$$

④ 1) $\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}}$ $\vee 6,4$

$$6,4^2 = \frac{64^2}{100} = \frac{2^{12}}{100} = 40,96$$

$$15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} \vee 40,96$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{4096} = 64$$

$$\sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} \vee 25,96$$

2) $\sqrt{48} > 6,4$; $\sqrt{56} > 7$; $\sqrt{168} > 12$

Следовательно, что $\sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,4 + 7 + 12 = 25,4$

3) Сравним $\sqrt{168}$ и $12,6$: $168 \vee 12,6^2$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{array}{r} 12,6 \\ \times 12,6 \\ \hline 756 \\ 252 \\ 126 \\ \hline 158,76 \end{array}$$

$$168 > 158,76 \Rightarrow \sqrt{168} > 12,6$$

?

$$4.) \sqrt{48} > 6,4; \sqrt{56} > 7; \sqrt{168} > 12,6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,4 + 7 + 12,6 = 26$$

$$\text{Следовательно, что } \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 25,86$$

$$\text{Отсюда получаем, что } \sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} > 6,4$$

Ответ: левое число больше.

$$7) \log_{1-x}(2x-1) \geq 1 \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 1-x > 0 \\ 1-x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq \log_{1-x}(1-x)$$

$$1.) (1-x) > 1: \log_{1-x}(2x-1) \text{ и } \log_{1-x}(1-x) - \text{возрастающие функции}$$

$$\text{Следовательно, } \begin{cases} 2x-1 \geq 1-x \\ (1-x) > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{противоречие}$$

Так как противоречие ОДЗ, то решение не существует.

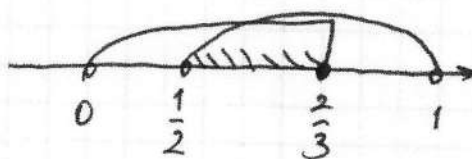
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2.) $1-x < 1$: $\log_{1-x}(2x-1)$ и $\log_{1-x}(1-x)$ - убывающие функции

$$\begin{cases} 2x-1 \leq 1-x \\ 1-x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{3} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (0; \frac{2}{3}]$$

Приведем полученные решения с ОДЗ и получим:

$$x \in (\frac{1}{2}; \frac{2}{3}]$$



Ответ: $x \in (\frac{1}{2}; \frac{2}{3}]$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\textcircled{6} \sin 2x \cos^2 x - \sin x \sin 2x + 2 \cos x \sin 2x - 4 \sin 2x - 2 \cos^3 x + 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\underline{2 \cos^3 x \sin x} - \underline{2 \cos x \sin^2 x} + \underline{4 \cos^2 x \sin x} - \underline{8 \cos x \sin x} - \underline{2 \cos^3 x} + \underline{2 \cos x \sin x} - \underline{4 \cos^2 x} + \underline{8 \cos x} = 0$$

Группируем слагаемые и вынесем общие множители:

$$2 \cos^3 x (\sin x - 1) - 2 \cos x \sin x (\overset{\sin x}{\cancel{1}} - 1) + 4 \cos^2 x (\sin x - 1) - 8 \cos x (\sin x - 1) = 0$$

$$2 (\sin x - 1) (\cos^3 x - \cancel{1} \cos x \sin x + 2 \cos^2 x - 4 \cos x) = 0$$

$$2 \cos x (\sin x - 1) (\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4) = 0$$

$$1) \cos x = 0: \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x = 1: \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4 = 0$$

$$\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x = 4 \quad \cos^2 x \leq 1; -\sin x \leq 1$$

Равенство достигается, только
или выполняются условия:

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = -1 \end{cases}$$

Но если $\cos x = 1$, то $\sin x = 0 \Rightarrow$ система не имеет решений

Место проведения ФГБОУ ВО ДВГУПС - г.Хабаровск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

⑥ Ответ: $x = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}n, n \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad x^2 - y^2 - x + 3y - 2 &= (x-y)(x+y) - x + 3y - 2 = \\ &= (x-y)(x+y) - 2x + 2y + y + x - 2 = (x-y)(x+y) + (x+y) - 2(x-y) - 2 \\ &= (x+y)(x-y+1) - 2(x-y+1) = (x+y-2)(x-y+1) \end{aligned}$$

Ответ: $(x+y-2)(x-y+1)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\textcircled{5} \begin{cases} y^2 + zx - zy - yx = 3x - 3y + 5 \\ 2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(y-x) - z(y-x) = -3(y-x) + 5 \\ 2y - 3 = y(x-z) - 2(x-z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x)(y-z+3) = 5 \\ 2y - 3 = (y-2)(x-z) \end{cases}$$

5 - простое число; возьмём лишь 4 случая: ~~4/20~~

$$1.) \begin{cases} (y-x) = 1 \\ y-z+3 = 5 \end{cases} \Rightarrow x-z = 1 \quad \text{подставим во 2-ое ур. системы:}$$

$$\begin{aligned} 2y - 3 &= y - 2 \\ y &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{решение}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ y - x = 1 \\ y - z + 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 0; \quad z = -1 \Rightarrow (0; 1; -1) = (x; y; z) \end{aligned}$$

$$2.) \begin{cases} y - x = 5 \\ y - z + 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 5 \\ y - z = -2 \end{cases} \quad x - z = -7$$

$$2y - 3 = -7(y - 2) \Rightarrow 2y - 3 = -7y + 14$$

$$9y = 17 \Rightarrow y = \frac{17}{9}, \text{ но } \frac{17}{9} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{решений нет.}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(5) 3.) \begin{cases} y-x = -1 \\ y-z+3 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-x = -1 \\ y-z = -8 \end{cases} \Rightarrow x-z = -7$$

$$2y-3 = -7(y-2) \Rightarrow 9y = 17 \Rightarrow y = \frac{17}{9}; \frac{17}{9} \in \mathbb{Z}$$

$$4.) \begin{cases} y-x = -5 \\ y-z+3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-x = -5 \\ y-z = -4 \end{cases} \Rightarrow x-z = +1$$

нет решений.

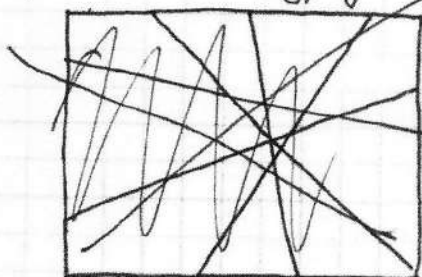
$$2y-3 = y-2 \Rightarrow y = 1$$

$$\begin{cases} y=1 \\ y-x=-5 \\ y-z=-4 \end{cases} \Rightarrow x=6; z=5 \Rightarrow (6; 1; 5) = (x; y; z)$$

Ответ: $(0; 1; -1); (6; 1; 5)$

(8) Наибольшее кол-во точек образуется тогда, когда максимально кол-во точек пересечения прямых.

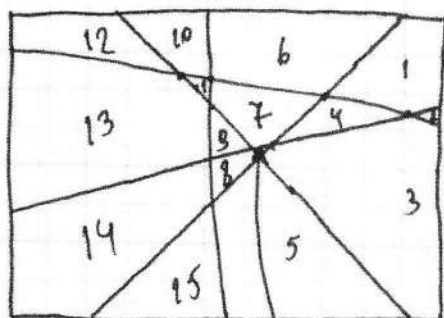
Потребует реализовать случай, когда каждая прямая пересекает 4 другие прямые и никакие две точки пересеч. не совпадают.



Место проведения ФГБОУ ВО ДВГУПС - г.Хабаровск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

8



16 частей

Мы получили 16 частей.

Ответ: 16

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вер I, 1 класс

$$6. 4 \cdot \cos x - 2 \cdot \cos^2 x - 2 \cdot \sin x + \sin^3 x + \frac{1}{2} \cdot \sin(2x) - \sin x \cdot \sin(2x) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot (8 \cdot \cos x - 4 \cdot \cos^2 x - 4 \cdot \sin x + 2 \cdot \sin^3 x + \sin(2x) - 2 \cdot \sin x \cdot \sin(2x)) = 0$$

$$8 \cdot \cos x - 4 \cdot \cos^2 x - 4 \cdot \sin x + 2 \cdot \sin^3 x + \sin(2x) - 2 \cdot \sin x \cdot \sin(2x) = 0$$

$$(3 - 2 \cdot \cos x + \cos(2x)) \cdot (2 \cdot \cos x - \sin x) = 0$$

$$1) 3 - 2 \cdot \cos x + \cos(2x) = 0$$

$$2) 2 \cdot \cos x - \sin x = 0$$

$$2 - 2 \cdot \cos x + 2 \cdot \cos^2 x = 0$$

$$2 \cdot \cos x = \sin x$$

$$1 - \cos x + \cos^2 x = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \arccos \frac{1}{2} = x$$

$$\cos^2 x - \cos x = -1$$

$$x = \pi n + \arctan 2; n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{4} - \cos x + \cos^2 x = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Ответ: } x = \pi n + \arctan 2; n \in \mathbb{Z}$$

$$\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}$$

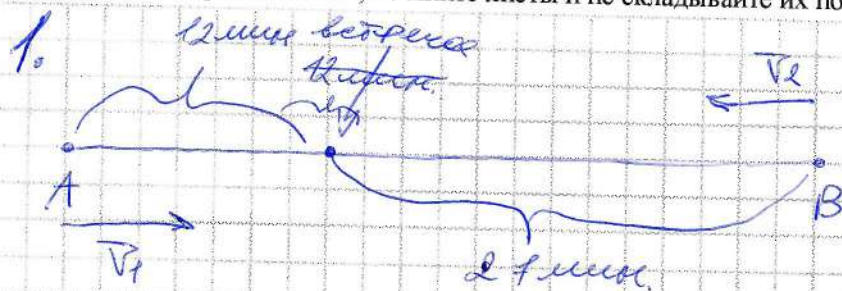
$$\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$$

Нет решений

✗

6 баллов
ррр

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Время t - время до встречи, $AB = S$

$$1) v_1 \cdot t + v_1 \cdot 27 = S$$

$$2) v_2 \cdot t + v_2 \cdot 12 = S$$

$$v_1 \cdot 27 = v_2 \cdot t \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{t}{27}$$

$$v_2 \cdot 12 = v_1 \cdot t \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{12}{t}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{27 \cdot 12} = 18 \text{ мин} \Rightarrow I: t + 27 = 18 + 27 = 45 \text{ мин}$$

Ответ: 45 мин; 30 мин.

$$II: t + 12 = 18 + 12 = 30 \text{ мин}$$

$$T_0: \log_{x-3} |x-4| < 2$$

$$\log_{x-3} |x-4| < \log_{x-3} (x-3)^2$$

при $x-3 \geq 1$ т.е. $x \geq 4$:

$$|x-4| < (x-3)^2$$

$$x-4 < x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 7x + 13 > 0 \quad D = 49 - 4 \cdot 13 = 49 - 52 < 0 \Rightarrow \text{корней нет} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ выполняется при любых x

при $x-3 \in (0; 1)$: $x > 3$; $x < 4$

$$\text{Ответ: } x \in \left(3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) \cap [4; +\infty)$$

$$|x-4| > (x-3)^2$$

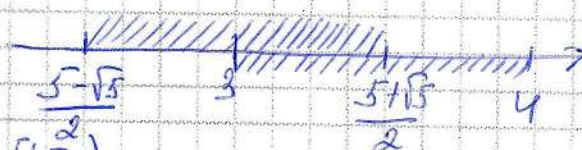
$$4-x > x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 5x + 5 < 0 \quad D = 25 - 4 \cdot 5 = 5$$

$$x_1 = \frac{5+\sqrt{5}}{2} \approx 3,6$$

$$x_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{2} \approx 1,3$$

$$x \in \left(3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2.

$$\begin{aligned}x^5 + x + 1 &= x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x + 1 = \\&= x^3(x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) + 1 \cdot (x^2 + x + 1) = \\&= (x^3 - x^2 + 1)(x^2 + x + 1)\end{aligned}$$

Ответ: $(x^3 - x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$



$$4. \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < 5,4$$

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < 29,16$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < 19,16$$

$$2 \cdot \sqrt{6} + 2 \cdot \sqrt{10} + 2 \cdot \sqrt{15} < 19,16$$

$$\alpha = \sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15} < 9,58$$

$$\sqrt{6} < \sqrt{6,0025} = 2,45$$

$$\sqrt{10} < \sqrt{10,24} = 3,2$$

$$\sqrt{15} < \sqrt{15,21} = 3,9 \text{ следовательно } \alpha < 2,45 + 3,2 + 3,9$$

$$\alpha < 2,45 + 3,2 + 3,9 < 9,55 < 9,58$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5.

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 & (1) \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz & (2) \end{cases}$$

$$(x+y)/(z-1) = 9z - 6$$

$$x+y = \frac{9z-6}{z-1} \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{array}{r|l} -9z-6 & z-1 \\ -9z-9 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$x+y = 9 + \frac{3}{z-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow z = 4; 2; -2; 0$$

$$1) z = 4 \Rightarrow x+y = 10$$

(подставим в (1))

$$16 - 4 \cdot 10 + y \cdot x = 3x - 12 + 2$$

$$-24 + y \cdot x = 3x - 10$$

$$y \cdot x = 3x + 14$$

$$(10-x) \cdot x = 3x + 14$$

$$10x - x^2 = 3x + 14$$

$$x^2 - 7x + 14 = 0$$

$$D = 49 - 56 < 0$$

 $\emptyset$

Решений нет

$$2) z = 2 \Rightarrow x+y = 12 \text{ (в (1))}$$

$$4 + y \cdot x - 2 \cdot 12 = 3x - 6 + 2$$

$$-20 + y \cdot x = 3x - 4$$

$$(12-x) \cdot x = 3x + 16$$

$$12x - x^2 = 3x + 16$$

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

 $\emptyset$ решений нет

Продолжение на
след. листе $\rightarrow$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

→ Продолжение 5.

$$3) z = -2 \Rightarrow x + y = 8 \quad (1)$$

$$4 + y \cdot x + 2 \cdot 8 = 3x + 6 + 2$$

$$20 + y \cdot x = 3x + 8$$

$$(8 - x) \cdot x = 3x + 8$$

$$8x - x^2 = 3x + 8$$

$$x^2 - 5x - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

⊙ Решений нет

$$4) z = 0; x + y = 6 \quad (1)$$

$$y \cdot x = 3 \cdot x + 2$$

$$(6 - x) \cdot x = 3 \cdot x + 2$$

$$6x - x^2 = 3x + 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2} = 1; 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 5; 4 \Rightarrow \text{Ответ}$$

Ответ: 1) $x=1; y=5; z=0$
2) $x=2; y=4; z=0$

⋆

⇒

Ответ: 1) $x=1; y=5; z=0$
2) $x=2; y=4; z=0$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

3.

$$x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0 \quad x > 0$$

В условии не указано, что корни различные, тогда рассмотрим $x=1$ *почему?*

$$(x-1)^5 = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 0$$

Ответ: $a=10$; $b=-10$; $c=5$

(7)

4. Очевидно, что одна прямая может "разбить" на 2 части *плоскость*

(1)

(2)

Две прямые - на 4 части

(1)

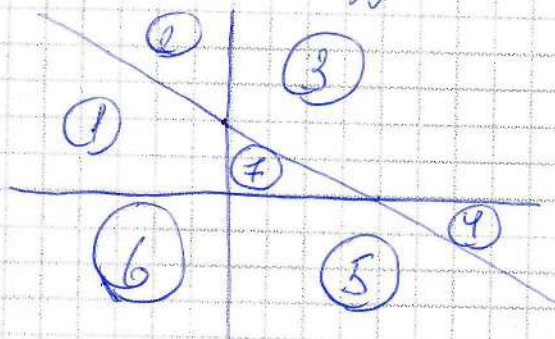
(2)

(3)

(4)

(4)

Три прямые разделили плоскость на 7 частей



Очевидно, что кол-во частей увеличивается на число прямых. Тогда 4 прямые

разделили плоскость на 11 частей, 5 прямых разделили плоскость

на 16 частей. Тогда 6 прямых - на 22 части.

Ответ: 22 части

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 3.

№4: $\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq \log_{1-x}(1-x)$$

Заметим, что по ограничениям $x \in (0,5;1)$. Значит:

$$(1-x) \in (0,5;1)$$

$$\begin{array}{l} (1-x) \in (0,5;1) \\ (0,5;1) \subset (0,1) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2x-1 \leq 1-x \\ 3x \leq 2 \\ x \leq \frac{2}{3} \end{array}$$

Ответ: $(0,5; \frac{2}{3}]$.

Ограничения:

1) $1-x > 0$

$$x < 1$$

2) $1-x \neq 1$

$$x \neq 0$$

3) $2x-1 > 0$

$$2x > 1$$

$$x > 0,5$$

Итого:

$$x \in (0,5;1)$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	0	0	+	-	+	+	+	5

№4: $\sqrt{15+\sqrt{48}} + \sqrt{56} + \sqrt{168} \sqrt{6,4}$

П.к. левая и правая часть полне, то без потери смысла можно возвести обе части неравенства (и без смены знака неравенства)

в квадрат

$$15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} \sqrt{40,96}$$

Сравним $15 + \sqrt{49} + \sqrt{56} + \sqrt{169}$ и $40,96$

$$15 + 7 + \sqrt{56} + 13 \sqrt{40,96}$$

$$\sqrt{56} \sqrt{5,96}$$

$$56 > 35,5184$$

Значит $15 + \sqrt{49} + \sqrt{56} + \sqrt{169}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} \sqrt{25,96} \Rightarrow \sqrt{56} + \sqrt{168} \sqrt{25,96} - \sqrt{48}$$

Проделаем аналогичный ^{не действительный} трюк $((25,96 - \sqrt{48}) > 0, \text{ т.к. } 6 < \sqrt{48} < 7)$

$$56 + 2 \cdot \sqrt{56 \cdot 168} + 168 \sqrt{25,96}^2 - 2 \cdot 25,96 \cdot \sqrt{48} + 48$$

$$224 + 2\sqrt{56 \cdot 168} \sqrt{721,9216} - 2 \cdot 25,96 \cdot \sqrt{48} \quad | :2$$

$$112 + \sqrt{56 \cdot 168} \sqrt{360,9608} - 25,96 \cdot \sqrt{48} \quad | :4$$

$$28 + \sqrt{14 \cdot 42} \sqrt{90,2402} - 6,49 \cdot \sqrt{48}$$

$$28 + 2\sqrt{7 \cdot 21} \sqrt{90,2402} - 6,49 \cdot \sqrt{48}$$

$$28 + 2\sqrt{147} \sqrt{90,2402} - 6,49 \cdot \sqrt{48}$$

т.к. $\sqrt{147} > \sqrt{144}$, то $28 + 2\sqrt{147} > 52$?

т.к. $\sqrt{48} < \sqrt{47,61}$, то $90,2402 - 6,49 \cdot \sqrt{48} < 45,4592$

Значит $28 + 2\sqrt{147} > 90,2402 - 6,49 \cdot \sqrt{48}$, а значит

$$\sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,4$$

Н1: Пусть x — ^{длина пути} ~~пути~~ между селениями. Тогда:

$$t = \frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} ; \quad t = 2 \text{ ч}$$

$v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
 $v_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

$$2 = \frac{x}{30} + \frac{x}{60} \quad | \cdot 60$$

$$120 = 2x + x$$

$$x = 40 \text{ км}$$

Ответ: 40 км.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$N5 \quad \begin{cases} y^2 + 2x - 2y - yx = 3x - 3y + 5 \\ 2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z \end{cases}; x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} -y(x-y) + z(x-y) - 3(x-y) &= 5; \quad 2y-3 = y(x-z) - 2(x-z) \\ (z-y-3)(x-y) &= 5 \end{aligned}$$

$$2y-3 = (x-z)(y-2)$$

т.к. 5 - нечетн., $2y-3$ - нечетн., то $(z-y-3)$, $(x-y)$, $(x-z)$, $(y-2)$ - нечетн. Но если $(y-2)$ - нечетн., то y - нечетн., а если y - нечетн. и $(x-y)$ - нечетн., то x - четн., а если x - четн. и $(x-z)$ - нечетн., то z - нечетн.

I случай:

$$\begin{cases} z-y-3=5 \\ x-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=z-8 \\ y=x-1 \end{cases} \Rightarrow z-8=x-1 \Rightarrow x-z=-7$$

$$2y-3 = -7(y-2)$$

$$2y-3 = -7y+14$$

$$9y=17 \text{ - нет решений, т.к. } y \in \mathbb{Z}.$$

II случай:

$$\begin{cases} z-y-3=-1 \\ x-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=z-4 \\ y=x-5 \end{cases} \Rightarrow z-4=x-5 \Rightarrow x-z=1$$

$$\begin{cases} y=z-4 \\ y=x-5 \end{cases} \Rightarrow z-4=x-5 \Rightarrow x-z=1$$

$$\begin{aligned} 2y-3 &= y-2 \Rightarrow \begin{cases} z-1-3=5 \\ x-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=9 \\ x=2 \end{cases} \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Однако, если $x=2, z=9$, то $x-z=-7$, но не $x-z=1$, ~~поэтому~~ ~~таких~~ ~~решений~~ ~~нет~~.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

III случай:

$$\begin{cases} z-y-3=-5 \\ x-y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=z+2 \\ y=x+1 \end{cases} \Rightarrow z+2=x+1 \Rightarrow x-z=1$$

Если $x-z=1$, то $z=9, y=1, x=2$. Однако ^{Решений нет} (как и в случае II)

IV случай:

$$\begin{cases} z-y-3=-1 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=z+2 \\ y=x+5 \end{cases} \Rightarrow z-2=x+5 \Rightarrow x-z=-7.$$

^{Решений нет} (как и в случае I)

Ответ: решений нет.

$$\sin 2x \cos^2 x - \sin x \cdot \sin 2x + 2 \cos x \sin 2x - 4 \sin 2x - 2 \cos^3 x + 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

$$\underline{2 \sin x \cos^3 x} - 2 \sin^2 x \cos x + \underline{4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x} - \underline{8 \sin x \cos x} - \underline{2 \cos^3 x} + 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

$$-8 \cos x (\sin x - 1) + 4 \cos^2 x (\sin x - 1) + 2 \cos^3 x (\sin x - 1) - 2 \sin x \cos x (\sin x - 1) = 0$$

$$(\sin x - 1)(-8 \cos x + 4 \cos^2 x + 2 \cos^3 x - 2 \sin x \cos x) = 0$$

$$(\sin x - 1)(2 \cos x(-4 + 2 \cos x) + 2 \cos x(\cos^2 x - \sin x)) = 0$$

$$(\sin x - 1)(2 \cos x(-4 + 2 \cos x + \cos^2 x - \sin x)) = 0$$

$$1) \sin x = 1$$

$$2) \cancel{2 \cos x} \quad 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi h, h \in \mathbb{Z}$$

Объединив решения 1 и 2, получим: $x = \frac{\pi}{2} + \pi h, h \in \mathbb{Z}$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$3) -4 + 2\cos x + \cos^2 x - \sin x = 0$$

~~$$\text{т.к. } 2\cos x + \cos^2 x - \sin x = 4$$~~

~~т.к. $2\cos x + \cos^2 x - \sin x$ будет макс. при $\sin x$ миним., а миним. $\sin x$ это $\sin x = -1$~~

~~Такое значение $\sin x$ возможно, если $\cos x = 1$,
 ~~$\sin x = -1$. т.к. $2\cos x \in [-2; 2]$, $\cos^2 x \in [0; 1]$ и $\sin x \in [-1; 1]$,~~~~

то макс. $2\cos x + \cos^2 x - \sin x = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 = 4$ при $\cos x = 1, \sin x = -1$. Но такое невозможно, т.к. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, а значит $2\cos x + \cos^2 x - \sin x = 4$ не имеет корней

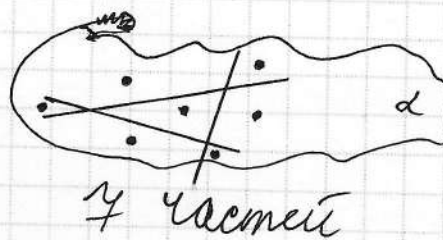
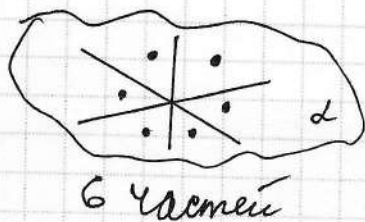
Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi h, h \in \mathbb{Z}$.

№8. Не будем брать прямые, которые не лежат в данной плоскости (паралл. ей или пересек. её), т.к. они не будут разбивать эту плоскость на разные части.

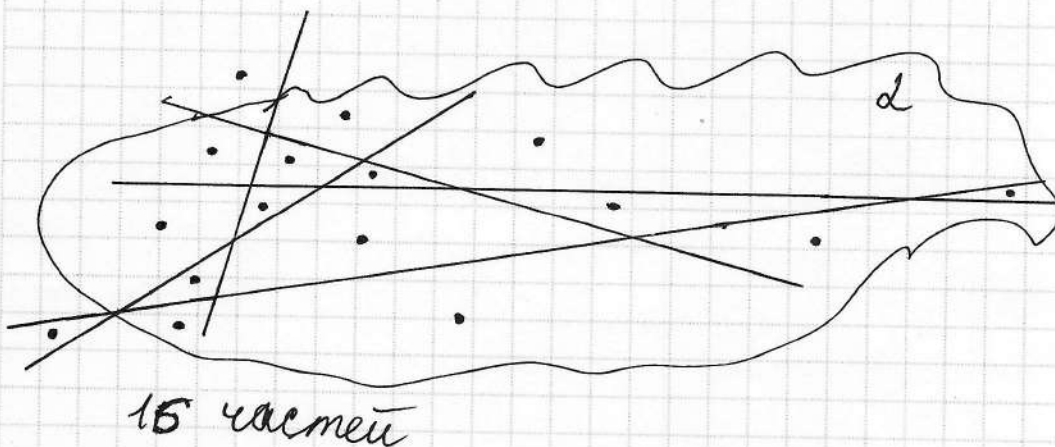
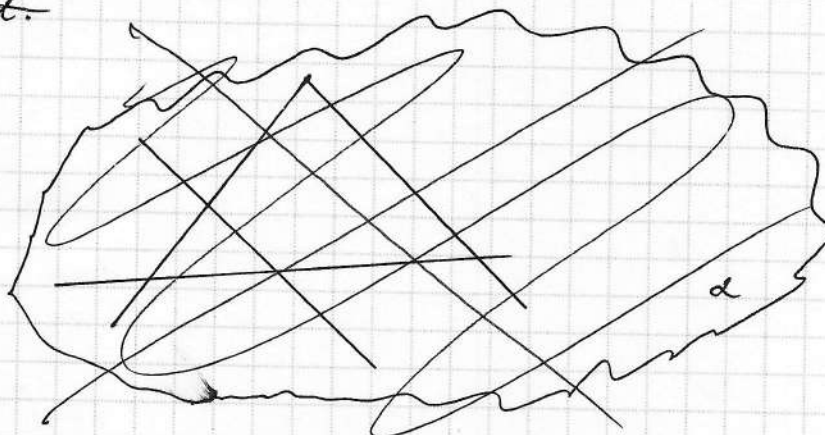
Прямые, лежащие в одной плоскости и не паралл. между друг другом, пересекут. в точке ~~прост.~~ ^{прост.} ~~плоск.~~ ^{плоск.}

Выгоднее всего будет, если ^{бес} не было ^{точек} пересечения, где пересек. хотя ^{бес} три ^{точек} прямые, т.к. это ведет к уменьшению разбиваемых плоскостью частей (см. рис.)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Аналогично и с 5 прямыми. Получается, выгоднее всего расположить эти прямые ^{такими образом:} в форме звезды.



Ответ: 16 частей.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вар №2
№5

11 КЛАСС

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + 2 \\ 9x + z + y = 6 + xz + yx \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x-3)(z-x)=2 \\ 9x+(1-x)(z+y)=6 \end{cases} \quad (2)$$

1) м.:

$$\begin{aligned} y-x-3 &= 1 & z-x &= 2 \\ y &= 4+x & z &= 2+x \\ \text{подставим в (2)} \end{aligned}$$

$$9x + (1-x)(x+4+2+x) = 6$$

$$9x + (1-x)(2x+6) = 6$$

$$9x + 2x + 6 - 2x^2 - 6x = 6$$

$$5x - 2x^2 = 0$$

$$x(5-2x) = 0$$

$$x=0, \quad x=\frac{5}{2}, \text{ но } x \in \mathbb{Z}, \text{ поэтому не подходит.}$$

$$\begin{aligned} y &= 4 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} (0; 4; 2)$$

2) м.:

$$\begin{aligned} y-x-3 &= 2 & z-x &= 1 \\ y &= x+5 & z &= x+1 \end{aligned}$$

$$9x + (1-x)(2x+6) = 6, \text{ аналогично решаем и получаем те же } x=0 \text{ и } x=\frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} y &= 5 \\ z &= 1 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} (0; 5; 1)$$

3) м.:

$$\begin{aligned} y-x-3 &= -3 & z-x &= -2 \\ y &= x & z &= x-2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x + (1-x)(2x+6) &= 6 \\ 9x + 2x + 6 - 2x^2 - 6x &= 6 \\ -2x^2 + 5x &= 0 \\ x(-2x+5) &= 0 \end{aligned}$$

применим методич. ил. и пр. ч. ур. 2-го.

Будем считать, что ур. 1-го. и 2-го. не выполняются.

$$\begin{aligned} x^2 + yz - yx - zx + 6 + xz + yx &= 3z - 3x + 2 + 9x + z + y \\ x^2 + yz + 6 &= 4z + 6x + y + 2 \end{aligned}$$

5 баллов

1

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x^2 + yz + 6 = 2 = 4z + 6x + y$$

$$x^2 + yz + 4 = 4z + 6x + y \quad \leftarrow \text{подставим } y \text{ и } z \text{ в это уравнение}$$

$$x^2 + (x+2)(x-2) + 4 = 4(x-2) + 6x + x+2$$

$$x^2 + x^2 - 4 + 4 = 4x - 8 + 7x + 2$$

$$2x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 73 \Rightarrow x_{1,2} \neq \text{целые, значит не подходит.}$$

(4) а:

$$y - x - 3 = -2 \quad z - x = -1$$

$$y = x + 1 \quad z = x - 1$$

$$9x + (1-x)(x+1+x-1) = 6$$

$$9x + (1-x) \cdot 2x = 6$$

$$9x + 2x - 2x^2 = 6$$

$$2x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$D = 121 - 2 \cdot 4 \cdot 6 = 73 \Rightarrow x_{1,2} \neq \text{целые, значит не подходит.}$$

Ответ: 1) $x=0; y=4; z=2$ 2) $x=0; y=5; z=1$

✓

Пусть y - скорость ветра
 x - скорость велосипедиста

$$\begin{cases} 1 = 3(x+y) \\ 1 = 5(x-y) \end{cases} \quad (1) \quad \text{а найти надо } t_1 = \frac{1}{x} \quad \text{т.к. } y=0 \text{ , безветренная погода}$$

$$1 = 5x - 5y \Rightarrow x = \frac{1+5y}{5} \quad \text{подставим в (1)}$$

$$\begin{cases} 1 = 3 \cdot \frac{1+5y}{5} + 3y \\ 1 = 5 \cdot \frac{1+5y}{5} - 5y \end{cases} \quad \cdot 5$$

$$5 = 3 + 15y + 15y$$

$$2 = 30y$$

$$y = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + 5 \cdot \frac{1}{15}}{5} = \frac{4}{15}$$

$$\text{значит } t_1 = \frac{1}{x} = \frac{15}{4} = 3,75$$

Ответ: 3,75 минуты

✓

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = (x+y+z-x)((x+y+z)^2 + (x+y+z) \cdot x + x^2) -$$

$$= (y+z)(y^2 + yz + z^2) = (y+z)((x+y+z)^2 + x \cdot (x+y+z) + x^2 - (y^2 + yz + z^2))$$

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad ? \quad 6,5 \quad | \text{ возведем обе стороны в квадрат}$$

$$15 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{35} \quad ? \quad 6,5^2 \quad | -15$$

$$2\sqrt{15} + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{35} \quad ? \quad 42,25 - 15$$

$$2\sqrt{15} + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{35} \quad ? \quad 27,25$$

Тогда подставим значения все, которые
имеем $\sqrt{15}$, $\sqrt{21}$ и $\sqrt{35}$ и если
эти значения больше $27,25$, то и св.н.

$$* \sqrt{15} > 3,8$$

будет больше,

т.к. мы подставили значения меньше, чем $15 > 3,8^2$
или на самом деле $15 > 14,44$

$$2\sqrt{3,8^2} + 2\sqrt{4,5^2} + 2\sqrt{5,9^2} \quad ? \quad 27,25$$

$$2 \cdot 3,8 + 2 \cdot 4,5 + 2 \cdot 5,9 \quad ? \quad 27,25$$

$$7,6 + 9 + 11,8 \quad ? \quad 27,25$$

$$20,8 + 7,6 \quad ? \quad 27,25$$

$$28,4 > 27,25$$

↓

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$$

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq 1$$

т.к. $1-2x$ и $3-x$ всегда > 0 , то рассмотрим случаи с "+"

$$\log_{1-2x}(3-x) \geq \log_{1-2x} 1-2x$$

$$\text{сл. при } 1-2x > 1 \quad \therefore \text{сл. при } x < 0$$

$$3-x \geq 1-2x$$

$$x \geq -2$$

$$\rightarrow -2 \leq x < 0$$

$$\log_a b$$

$$a \neq 1 \text{ и } a > 0, \quad b > 0 \quad \text{тогда в логарифме}$$

$$1-2x \neq 1$$

$$1-2x > 0$$

$$x < 0,5$$

$$x < 0,5$$

$$x < 0,5$$

$$x < 0,5$$

$$3-x > 0$$

$$x < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{2} \Rightarrow x < \frac{1}{2} \\ x < 3 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

при $\begin{cases} 1-2x < 1 \\ 1-2x > 0 \end{cases}$

$0 < x < \frac{1}{2}$

и применим закон, по которому $\log$

$\log_{1-2x}(3-x) \geq \log_{1-2x}(1-2x)$

$3-x \leq 1-2x$

$x \leq -2$ и $0 < x < \frac{1}{2}$, противоречие, т.е. нет таких x

Ответ: $-2 \leq x < 0$

н/б

потери решения! $(1, \frac{4}{3})$

$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \cdot \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$

$\cos^2 x + \frac{1}{2} 2 \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \cos x - (4 \sin^3 x + 4 \sin \cdot \cos x - 8 \sin x) = 0$

$\cos x (\cos x + \sin^2 x - 2) - 4 \sin x (\cos x + \sin^2 x - 2) = 0$

$(\cos x - 4 \sin x) (\cos x + \sin^2 x - 2) = 0$

$\cos x - 4 \sin x = 0$ или $\cos x + \sin^2 x - 2 = 0$

1) если $\cos x = 0$, то

$0 - 4 \sin x = 0$, а $\sin x$ не

может быть равен или 1, или -1

или $\cos x = 0$

и получается.

$\cos x + 1 - \cos^2 x - 2 = 0$

$-\cos^2 x - 1 + \cos x = 0$ (н/б)

$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$

Пусть $\cos x = t$, $-1 \leq t \leq 1$

$t^2 - t + 1 = 0$

$D = 1 - 4 = -3 < 0$ корней нет.

2) $\cos x \neq 0$ / : $\cos x$

$1 - 4 \tan x = 0$

$1 = 4 \tan x$

$\tan x = \frac{1}{4}$

$x = \arctg \frac{1}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

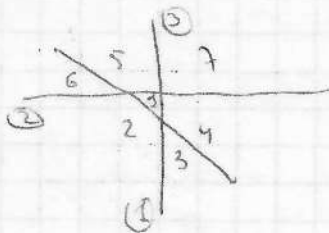
Ответ: $x = \arctg \frac{1}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

- 1) 2 прямые могут так разделиться на 4 части (рис. так 1 раз могут пересекаться (если у них будет 2-е пересечение, то они совпадут).)



- 2) 3 прямые, они так могут пересечь 3 из 4 частей, которые разделили 2 прямые на 2, т.е. если тоже пересечь все 4 части, то их придется либо изогнуть, либо ~~пересечь~~ у них будет 2-е пересечение с другими прямыми, что невозможно $\Rightarrow$ макс. кол-во частей, на которое могут разбить 3 прямые это 7 (рис. 3-ю прямую еще на 2 разобьем $\Rightarrow 3 \cdot 2 = 6 + (4-е \text{ части}) = 6 + 1 = 7$)



- 3) 4 прямые рассуждаем точно так же, обозначим наши прямые ①, ② и ③ и 4-я уже нас разделит 2 из них на отдельные части (рис. рассуждать только ① и ② и т.д.) и исходя из предыдущих рассуждений

макс. может пересечь 3-ю из 4, т.е. ~~макс.~~ 3 части или из ^{макс.} 4-х частей, поэтому, если у нас будет у прямых 2-е пересечение, а в этом случае они совпадают или у 3-ей прямой будет второе пересечение, тогда частей макс. будет уже не 7, а 6. (из того, что было макс. частей; надо выделить такие 3 части, чтобы они имели ^{макс.} 3 части)

4) Постараемся सबसे больше частей получить: геометрически макс. ~~макс.~~ 7-ю частей разделим еще на 2 т.е. $7 \cdot 2 = 14$ частей

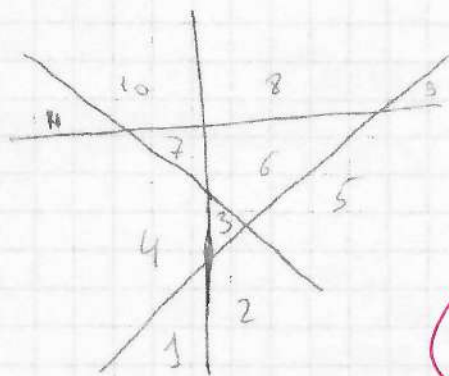
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1/2 (приблиз.)

14 часов, но 3 часа надо вычесть, т.к. мы не сможем их затратить, или по-другому разделить на так, как-то часов:

т.е. вместе 7-2 получаем $4 \cdot 2 + 3 = 11$ часов $\rightarrow$ так.

Пример:



+

Ответ: 11

√3

$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ Раз. у нас 4 корня, то для уравнения

4 степени работает Виета, т.е.:

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -b/a$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = e/a, \text{ тогда для нашего уравнения:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_3 > 0 \\ x_4 > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1,$$

Откуда 2а?

тогда если мы представим в виде произведения корней то уравнение, то оно будет выглядеть так:

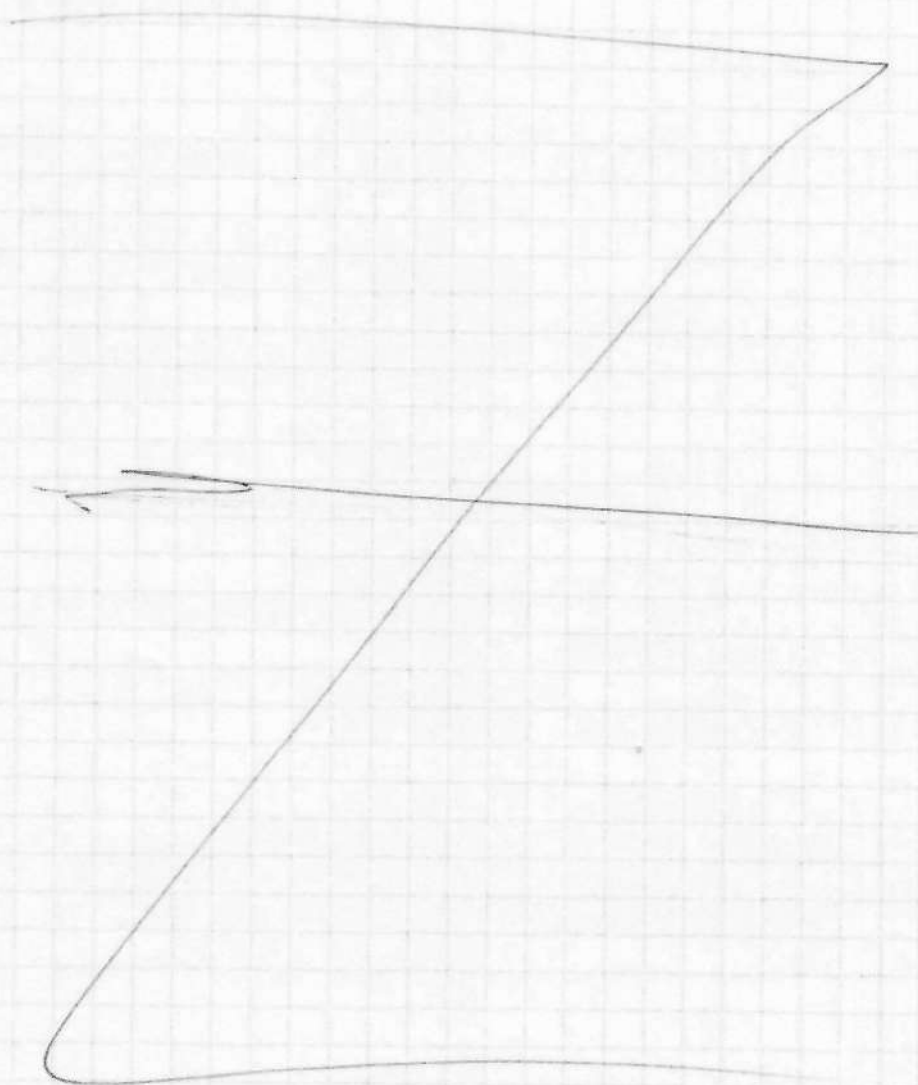
$$(x-1)(x-1)(x-1)(x-1) = (x-1)^4, \text{ теперь просто раскроем и найдем } a \text{ и } b$$

Место проведения ВГУВТ - г.Нижний Новгород

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

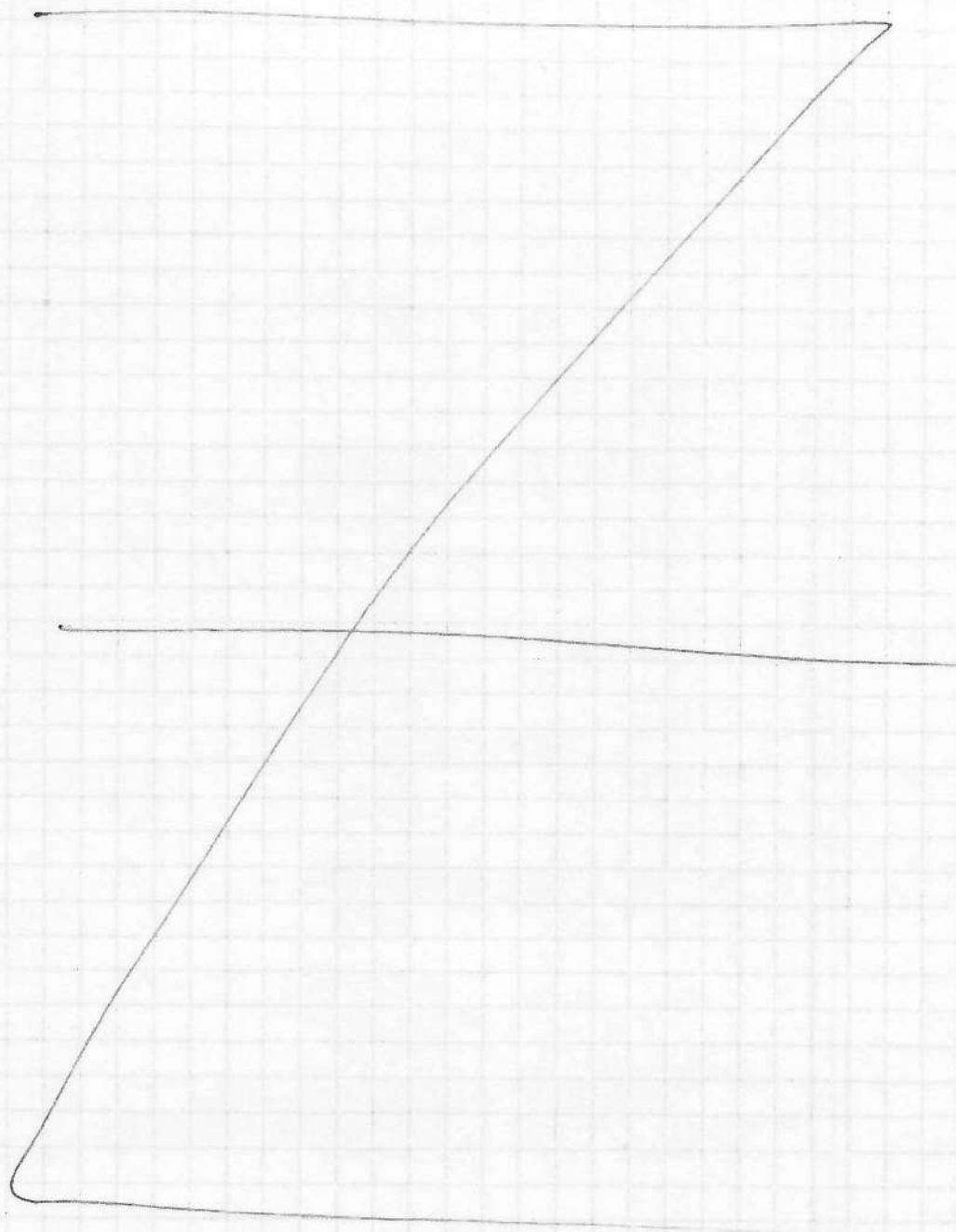
$$(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 \quad (\text{либо разложить } (x-1)^4 \text{ через формулу Ньютона})$$

$$\boxed{a=6}$$
$$\boxed{b=-4}$$

Ответ: $a=6; b=-4$ 

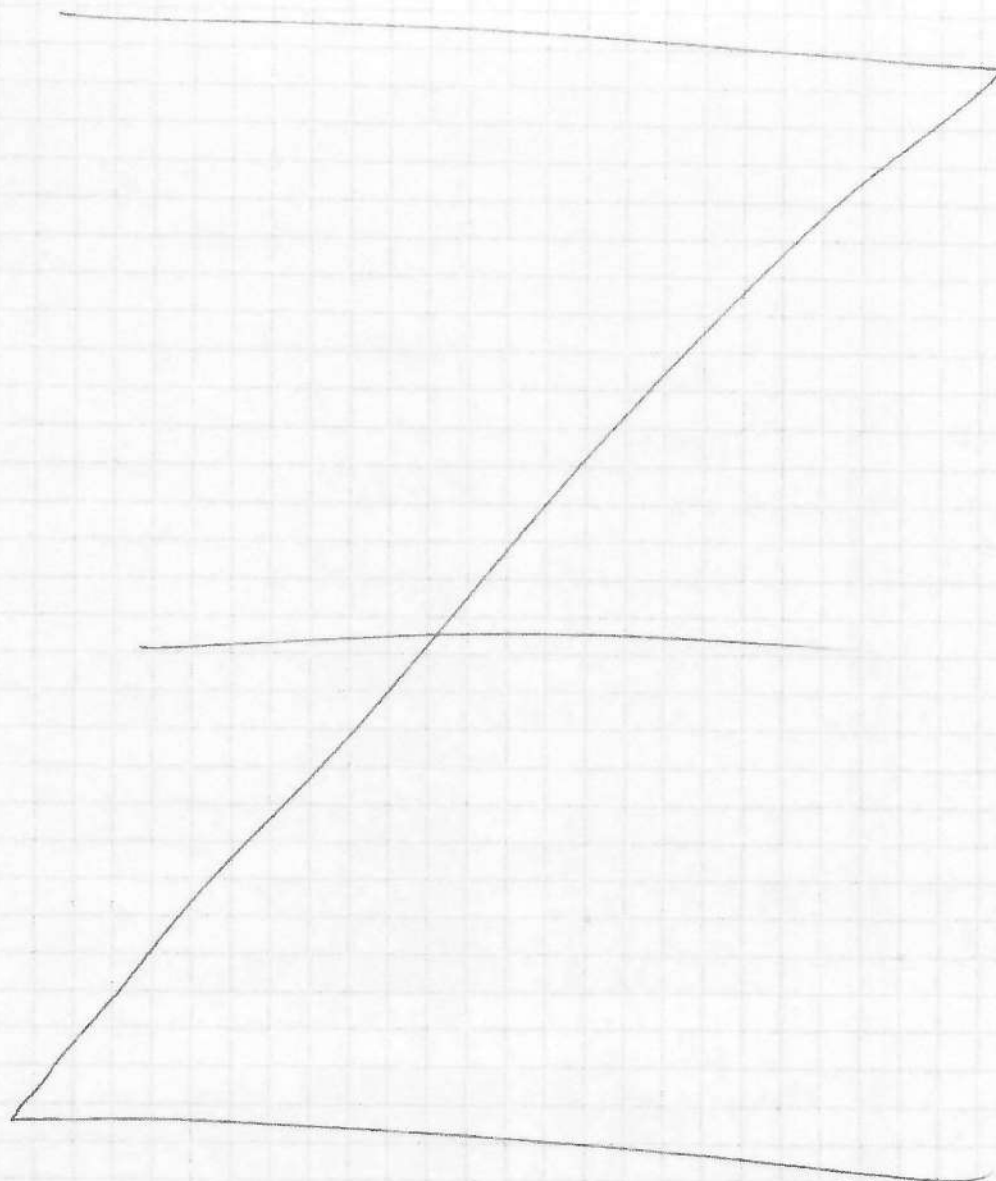
Место проведения ВГУВТ - г.Нижний Новгород

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



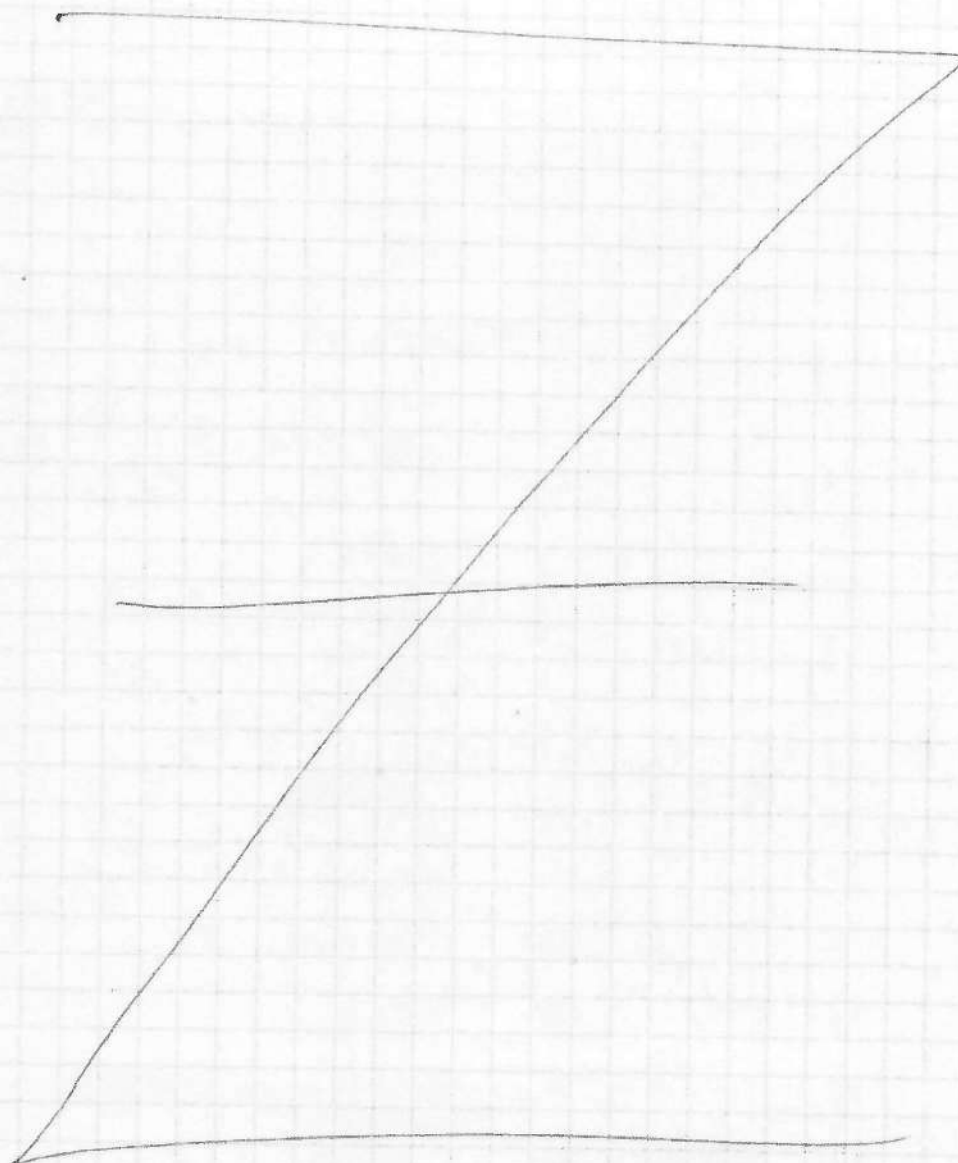
Место проведения ВГУВТ - г.Нижний Новгород

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Место проведения ВГУВТ - г.Нижний Новгород

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 3

11 класс

№1

Пусть весь путь - x (туда и обратно),
тогда расстояние между селами = $0,5x$

$\frac{0,5x \text{ км}}{30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}}$ - время "в гору" $\frac{0,5x \text{ км}}{60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}}$ - время "с горы"

$$\frac{0,5x}{30} + \frac{0,5x}{60} = 2$$

$$\frac{1,5x}{60} = 2$$

$$x = 80$$

$$0,5x = 40$$

Ответ: путь между селами = 40 км

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$$

$$\text{ОДЗ: } 1-x > 0 \quad 1-x \neq 1$$

$$x < 1 \quad x \neq 0$$

$$2x-1 > 0 \quad x > \frac{1}{2}$$

$$(1-x)(2x-1+x-1)$$

$$(1-x-1)(2x-1-1+x) \geq 0$$

$$(\text{метод рационализации}) \text{ ОДЗ: } x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

$$(-x)(3x-2) \geq 0$$

$$-3x^2 + 2x = 0$$

$$x(-3x+2) = 0$$

$$x = 0 \vee x = \frac{2}{3}$$



$$\text{Ответ: } x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$$

5 баллов
Реш

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N 6

$$\sin 2x \cos^2 x - \sin x \sin 2x + 2 \cos x \sin 2x - 4 \sin 2x -$$

$$- 2 \cos^3 x + 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cos x \cos^2 x - 2 \sin x \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x +$$

$$+ 4 \sin x \cos x \cos x - 8 \sin x \cos x - 2 \cos^3 x +$$

$$+ 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

Пусть $\sin x = x$ $\cos x = y$

$$2x^3y^3 - 2x^2y + 4x^2y^2 - 8x^2y - 2y^3 + 2x^3y - 4y^2 +$$

$$+ 8y = 0 \quad | :2$$

$$x^3y^3 - x^2y + 2x^2y^2 - 4x^2y - y^3 + x^3y - 2y^2 + 4y = 0$$

$$y(x^3y^2 - x^2 + 2x^2y - 4x^2 - y^2 + x^3 - 2y + 4) = 0$$

Так как $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, то 0

$$\text{то } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow y^2 = 1 - x^2$$

$$y(x^3(1-x^2) - x^2 + 2x^2y - 4x^2 - (1-x^2) - 2y + 4) = 0$$

$$y((2x^2)(x^2 -$$

$$y(-x^2 - 3x^2 + 4 + x^2(1-x^2) - (1-x^2) -$$

$$y(-x^2 - 4x^2 + x^2 - (1-x^2) - 2y + 4 + x^2(1-x^2) + 2x^2y) = 0$$

$$y(-3x^2 + 3 - 2y + x^2(1-x^2) + 2x^2y) = 0$$

$$y(3(1-x^2) - 2y(1-x^2) + x^2(1-x^2)) = 0$$

$$y(3(1-x^2) - 2y(1-x^2) + x^2(1-x^2)(1+x^2)) = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$y((1-x)^2(3-2y+x^2+x^2))=0$$

$$y=0 \quad \text{or} \quad x^2=1 \quad \text{or} \quad 3-2y+x^2+x^2=0$$

$$\cos x=0$$

$$\sin x=1$$

$$x^2+x+3-2y=0$$

$$\sin x=1$$

$$x \in \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\sin^2 x + \sin x - 2\cos x + 3 = 0$$

$$x \in \frac{\pi}{2} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$-1 < \sin^2 x < 1 \quad -1 < \sin x < 1$$

$$-1 < \cos x < 1 \Rightarrow -2 < 2\cos x < 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \sin x - 2\cos x = -3$$

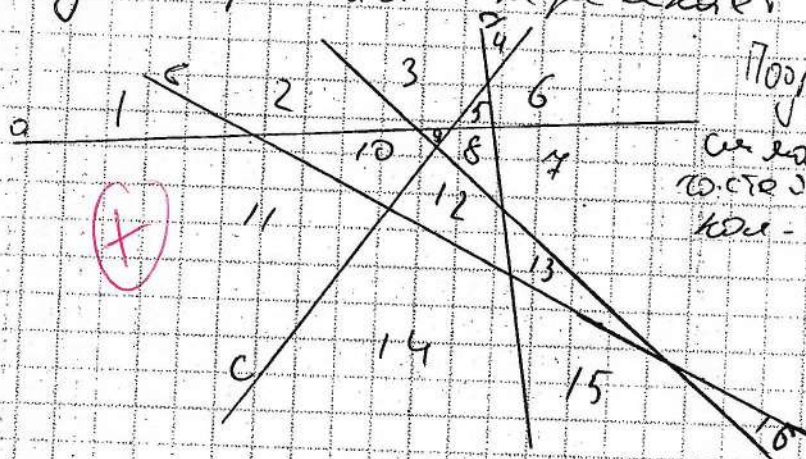
$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k, \pi \right\}$$

$$x \in \frac{\pi}{2} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \emptyset$$

№ 8

Для того, чтобы получились максимальное кол-во касаний, нужно, чтобы 3 любые прямые не пересекались в одной точке. Т.к. по условию прямые не параллельны, то каждая прямая пересекает каждую



Подробнее: для максим. кол-во касаний нужно максим. кол-во пересечений

Ответ: 16 касаний

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

НЧ
 $\sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}$ $\checkmark$ 6,40

$\sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}$ $\checkmark$ $\sqrt{40,96}$

$15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}$ $\checkmark$ 40,96

$15 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}$ $\checkmark$ 40,96

$\left[\begin{array}{l} \sqrt{3} \rightarrow 1,69; \sqrt{3} \rightarrow 1,69 \\ \sqrt{4} \rightarrow 2,64; \sqrt{4} \rightarrow 2,64 \\ \sqrt{2} \rightarrow 1,4; \sqrt{2} \rightarrow 1,4 \end{array} \right]$

$15 + 4 \cdot 1,69 + 2 \cdot 2,64 \cdot 1,4 + 2 \cdot 1,4 \cdot 1,69 \cdot 2,64$ $\checkmark$
 $15 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ $\checkmark$ 40,96

$15 + 6,46 + 7,392 + 12,49248$ $\checkmark$ 40,96

$2 \cdot 15 + 6 + 7 + 12 + 0,46 + 0,392 + 0,49248$ $\checkmark$ 40,96

$40 + 1 + 0,06 + 0,092 + 0,49248 > 40,96 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,40$, так

~~как при вычитании~~

~~и так как~~

~~так как $\sqrt{3} < 1,69$; $\sqrt{4} < 2,64$~~

Так как $\sqrt{3} > 1,69$;

$\sqrt{4} > 2,64$; $\sqrt{2} > 1,4$;

и так $15 + 4 \cdot 1,69 + 2 \cdot 2,64 \cdot 1,4 + 2 \cdot 1,4 \cdot 1,69 \cdot 2,64 > 40,96$, то
в левую сторону!

Ответ: $\sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,40$

$\begin{array}{r} 48 \\ \times 1,69 \\ \hline 1,69 \\ 1441 \\ \hline 1014 \\ \hline 163 \\ \hline 2,8481 \end{array}$

$\begin{array}{r} 33 \\ \times 2,65 \\ \hline 2,65 \\ 1325 \\ \hline 1590 \\ \hline 530 \\ \hline 2,0225 \end{array}$

$\begin{array}{r} 44 \\ \times 2,68 \\ \hline 2,68 \\ 144 \\ \hline 1808 \\ \hline 536 \\ \hline 42824 \end{array}$

$\begin{array}{r} 23 \\ \times 1,69 \\ \hline 1,69 \\ 1325 \\ \hline 1590 \\ \hline 530 \\ \hline 2,0225 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2,65 \\ \times 2,65 \\ \hline 2,65 \\ 1325 \\ \hline 1590 \\ \hline 530 \\ \hline 2,0225 \end{array}$

$\begin{array}{r} 66528 \\ + 4352 \\ + 4392 \\ \hline 12,49248 \end{array}$

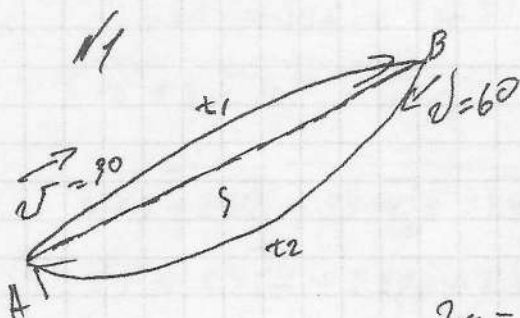
Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

3 Вариант

11 класс

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	1	0	+	+	0	+	7
								5



t - время
 $t = \frac{S}{v}$ где v - скорость

$t = \frac{S}{v}$

$24 = \frac{S}{30} + \frac{S}{60} = \frac{3S}{60}$

$S = \frac{60 \cdot 2}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ км}$

ответ: 40 км расстояние между А и В

№7

$\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$ где $\log_a a = 1$

$\log_{1-x}(2x-1) \geq \log_{1-x}(1-x)$

$(2x-1-(1-x))(1-x-1) \geq 0$

$(2x-1-1+x) \cdot (-x) \geq 0$

$(-x)(3x-2) \geq 0$ где $-x(3x-2) = 0$

$\begin{cases} -x = 0 \\ 3x-2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$

$x \in [\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$

- отрицательные

$1-x > 0$

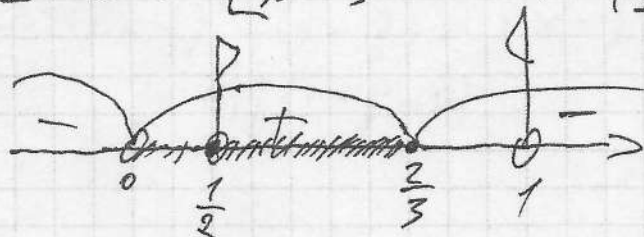
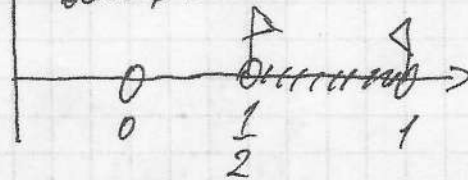
$x < 1$

$2x-1 > 0$

$x > \frac{1}{2}$

$1-x \neq 1$

$x \neq 0$



ответ: $x \in [\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

 $\sqrt{4}$

$$\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} \quad \text{сравнить с } 6,4$$

$$\sqrt{15 + \sqrt{4 \cdot 12} + \sqrt{4 \cdot 14} + \sqrt{4 \cdot 42}}$$

$$\sqrt{15 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}}$$

$$15 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{2 \cdot 6}$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{2 \cdot 7}$$

$$\sqrt{42} = \sqrt{6 \cdot 7}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$y = \sqrt{6}$$

$$z = \sqrt{7}$$

$$\text{Т.к. } x^2 + y^2 + z^2 = 15$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7} > 6,4$$

$$\sqrt{2} > 1,4$$

$$\sqrt{6} > 2,4$$

$$\sqrt{7} > 2,6$$

$$\text{ответ: } \sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} > 6,4$$

 $\sqrt{2}$

$$x^2 - y^2 - x + 3y - 2$$

$$x^2 - y^2 - x + 3y - 2 = (x^2 - x + \frac{1}{4}) - (y^2 - 3y + \frac{9}{4}) + \frac{1}{4} - \frac{9}{4} =$$

$$= (x - \frac{1}{2})^2 - (y - \frac{3}{2})^2 = (x - \frac{1}{2} - y + \frac{3}{2})(x - \frac{1}{2} + y - \frac{3}{2}) =$$

$$= (x - y + 1)(x + y - 2)$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

 $\sqrt{5}$

$$(y^2 + zx - zy - yx = 3x - 3y + 5$$

$$\begin{cases} 2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z \end{cases}$$

$$y(y-z) - x(y-z) = 3(x-y) + 5$$

$$(y-z)(y-x) - 3(x-y) = 5$$

$$(y-z)(y-x) + 3(y-x) = 5$$

$$(y-x)(y-z+3) = 5$$

I

$$\begin{cases} y-x=5 \\ y-z+3=1 \end{cases} \begin{cases} y=x+5 \\ y=z-2 \end{cases}$$

$$z = x + 7$$

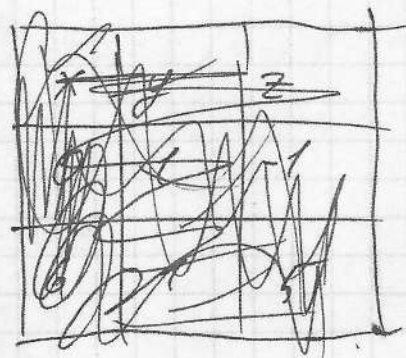
подставим во второе

$$2x + 10 - 3 = x^2 + 5x - (x+5)(x+7) - 2x$$

$$\underline{2x+7} = \underline{x^2+5x} - \underline{x^2-12x} - \underline{35+14}$$

$$9x = -28$$

$$\textcircled{\varnothing} x \in \mathbb{Z}$$



II

$$\begin{cases} y-x=1 \\ y-z+3=5 \end{cases} \begin{cases} y=x+1 \\ y=z+2 \end{cases}$$

$$x+1 = 2z+2$$

$$z = x - 1$$

подставим во II

$$2x+2-3 = x^2+x - (x-1)(x+1) - 2x+2x-2$$

$$2x-1 = x^2+x-x^2+1-2$$

$$x=0 \quad z=-1 \quad y=1$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\text{III} \begin{cases} y - x = -1 \\ y - z + 3 = -5 \end{cases} \begin{cases} y = x - 1 \\ y = z - 8 \end{cases}$$

$$z - 8 = x - 1$$

$$z = x + 7$$

подставим во II

$$2x - 2 - 3 = x^2 - x - (x - 1)(x + 7) -$$

$$-2x + 2x + 14$$

$$2x - 5 = x^2 - x - x^2 - 6x + 7 + 14$$

$$9x = 26$$

$$\emptyset \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$\text{IV} \begin{cases} y - x = -5 \\ y - z + 3 = -1 \end{cases} \begin{cases} y = x - 5 \\ y = z - 4 \end{cases}$$

$$x - 5 = z - 4$$

$$z = x - 1$$

подставим во II

$$2x - 10 - 3 = x^2 - 5x - (x - 5) \cdot$$

$$(x + 5) - 2x + 2x - 2$$

$$2x - 13 = x^2 - 5x - x^2 + 6x$$

$$-5$$

$$x = 6 \quad z = 5 \quad y = 1$$

ответ:

x	y	z
0	1	-1
6	1	5

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№8

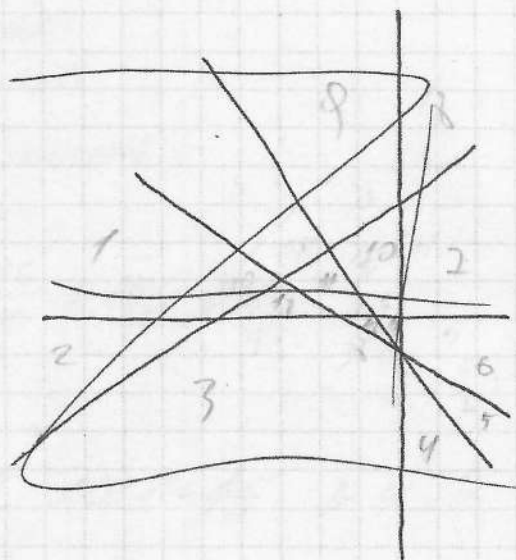
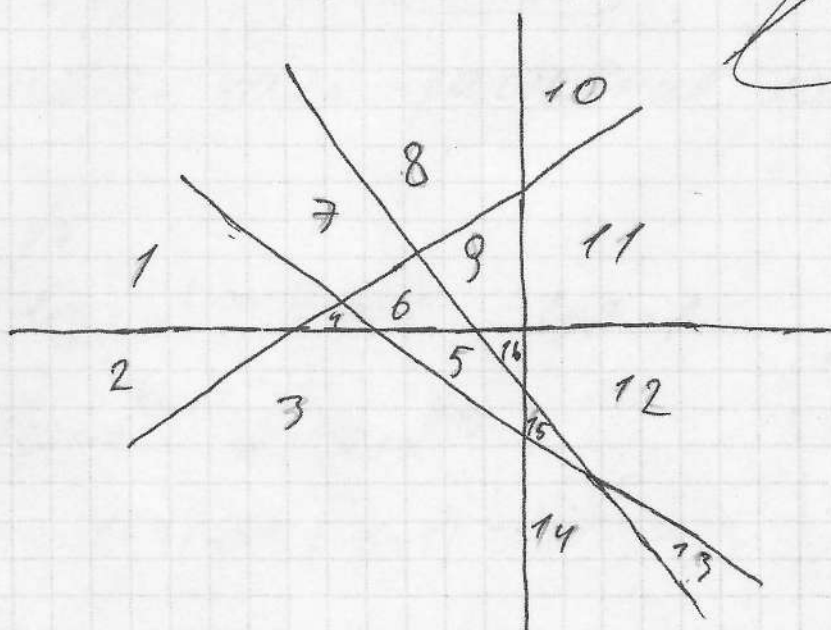
1 линия = 2 части

2 линии = 4 части $2+2$

3 линии = 7 частей $4+3$

4 линии = 11 частей $4+7$

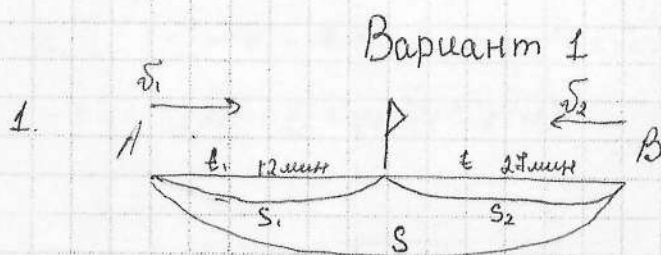
5 линий = 16 частей $5+11$



ответ: 16

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



11 класс

v_1 - скорость первого вадника
 v_2 - скорость второго вадника.
 S_1 - путь от А до места встречи
 S_2 - путь от В до места встречи.
 S - весь путь
 t - время.

Пусть весь путь равен 1, тогда

$$v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = 1. \quad (*)$$

$$\frac{t \cdot v_2}{v_1} = \frac{27}{60} \quad (1)$$

$$\frac{t \cdot v_1}{v_2} = \frac{12}{60} \quad (2)$$

$$t^2 = \frac{27 \cdot 12}{60 \cdot 60}$$

$$t = \frac{18}{60}$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{72}{12} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2} v_1$$

$$t \left(\frac{5}{2} v_1 \right) = 1$$

$$t \cdot \frac{5}{2} = \frac{S}{v_1}$$

$$v_1 = \frac{2}{3} v_2$$

$$\frac{S}{v_1} = \frac{18 \cdot 5}{60 \cdot 2} = \frac{3}{4} = 45 \text{ (мин)}$$

$$t(v_2 + \frac{2}{3} v_2) = 1$$

$$t \cdot \frac{5}{3} \cdot v_2 = 1$$

$$t \cdot \frac{5}{3} \cdot v_2 = S$$

$$t \cdot \frac{5}{3} = \frac{S}{v_2}$$

$$\frac{18 \cdot 5}{60 \cdot 3} = \frac{1}{2} = 30 \text{ (мин)}$$

Ответ: 45 мин, 30 мин.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	0	+	+	+	+	0	5

8

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$2. \quad x^5 + x + 1 = (x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) - x^4 - x^3 - x^2 = x^3(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

$$3. \quad \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \quad \text{и} \quad 5,4.$$

$$\begin{aligned} \sqrt{24} &= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \\ \sqrt{40} &= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \\ \sqrt{60} &= 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} &= a \\ \sqrt{3} &= b \\ \sqrt{5} &= c \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \sqrt{24} &= 2 \cdot a \cdot b \\ \sqrt{40} &= 2 \cdot a \cdot c \\ \sqrt{60} &= 2 \cdot b \cdot c \end{aligned}$$

$$10 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2$$

$$10 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} \approx 5,3$$

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < 5,4$$

Ответ: $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < 5,4$

$$5. \quad \begin{cases} x^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ 9x + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

$$x(x-z) + y(x-z) = 3(x-z) + 2.$$

$$-x(x-z) + y(x-z) = 3(x-z) + 2.$$

$$(1) \quad (x-z)(-x+y-3) = 2.$$

$$\begin{cases} x-z=2 \\ y-z-3=1 \end{cases} +$$

$$\begin{aligned} x+y-2z &= 6 \\ x+y &= 6+2z \\ z=0 &\Rightarrow x=2 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$(2; 4; 0)$$

$$\begin{cases} x-z=-2 \\ y-z-3=-1 \end{cases} +$$

$$\begin{aligned} x+y-2z &= 0 \\ x+y &= 2z \\ z=0 &\Rightarrow x=-2 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$$(-2; 2; 0)$$

$$\begin{cases} x-z=1 \\ y-z-3=2 \end{cases} +$$

$$\begin{aligned} x+y-2z &= 6 \\ x+y &= 6+2z \\ z=0 &\Rightarrow x=1 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

$$(1; 5; 0)$$

$$\begin{cases} x-z=-1 \\ y-z-3=-2 \end{cases} +$$

$$\begin{aligned} x+y-2z &= 0 \\ x+y &= 2z \\ z=0 &\Rightarrow x=-1 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$(-1; 4; 0)$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(2) \quad 9x + (x+y) = 6 + x(x+y)$$

$$9x + 2x = 6 + x(2x)$$

$$9x + 6 + 2x = 6 + x(6 + 2x)$$

$$11x = 6 + 2x^2$$

$$11x + 6 + 2x^2 = 0$$

$$2x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$D = 49 = (\sqrt{49})^2$$

$$x(2x - 5) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases} \text{ не цел.}$$

$$\begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{49}}{4} & \text{не цел.} \\ x = \frac{11 - \sqrt{49}}{4} & \text{не цел.} \end{cases}$$

Ответ: $x=2$ $x=1$
 $y=4$ $y=5$
 $z=0$ $z=0$

$$6. \quad \sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \sin 2x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^3 x + \frac{1}{2} \cdot 2 \sin x \cos x - 2 \sin x - \sin x (2 \sin x \cos x) - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

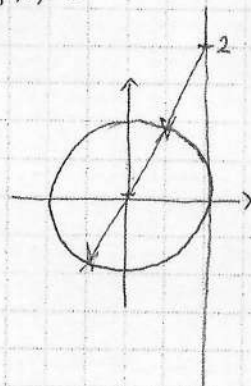
$$\sin^3 x + \sin x \cos x - 2 \sin x - 2 \sin^2 x \cos x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\cos x (\sin x - 2 \cos x) - 2 (\sin x - 2 \cos x) + \sin^2 x (\sin x - 2 \cos x) = 0$$

$$(\sin x - 2 \cos x) (\cos x - 2 + \sin^2 x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x - 2 \cos x = 0 & \operatorname{tg} x = 2 & x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k \\ \cos^2 x - \cos x + 1 = 0 & D < 0 & \emptyset \end{cases}$$

Ответ: $x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k$



$$7. \quad \log_{x-3} |x-4| < 2$$

$$(1) \quad \log_{x-3} |x-4| < 2, \quad 0 < x-3 < 1$$

$$(2) \quad \log_{x-3} |x-4| < 2, \quad x-3 > 1$$

✓ ?

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(1) \quad |x-4| > (x-3)^2$$

$$|x-4| > x^2 - 6x + 9$$

$$|x-4| - x^2 + 6x > 9$$

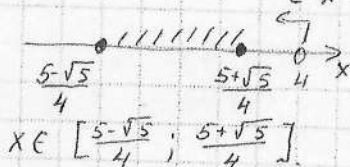
$$\begin{cases} x-4 > 0 \\ x-4-x^2+6x > 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x^2+7x-15 &> 0 \\ x^2-7x+15 &< 0 \\ \emptyset < 0 \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x-4 < 0 \\ -x+4-x^2+6x > 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x+4-x^2+6x &> 9 \\ -x^2+5x-5 &> 0 \\ x^2-5x+5 &< 0 \\ \emptyset = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{5}}{4} \\ x = \frac{5-\sqrt{5}}{4} \\ x < 4 \end{cases}$$



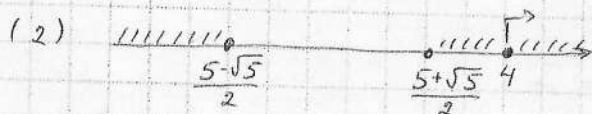
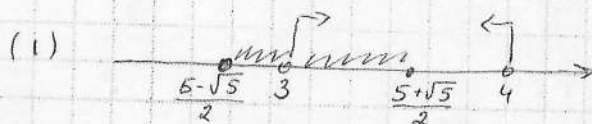
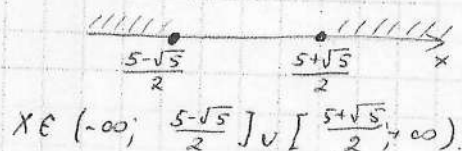
$$(2) \quad |x-4| < x^2 - 6x + 9$$

$$|x-4| - x^2 + 6x < 9$$

$$\begin{cases} x-4 > 0 \\ x-4-x^2+6x < 9 \\ -x^2+7x-15 < 0 \\ x^2-7x+15 > 0 \\ \emptyset < 0 \quad \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x-4 < 0 \\ -x+4-x^2+6x < 9 \\ -x^2+5x-5 < 0 \\ x^2-5x+5 > 0 \\ \emptyset = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5-\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{5+\sqrt{5}}{2} \\ x > 4 \end{cases}$$



Ответ: $x \in (3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}] \cup [4; +\infty)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1.
 $x \rightarrow$



Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	+	+	+	5

$$t_b = \frac{s}{x+y}$$

$$\frac{s}{x} = ?$$

$$\frac{s}{y} = ?$$

$$27 = \frac{s - \left(\frac{s}{x+y}\right) \cdot x}{x}$$

$$12 = \frac{s - \left(\frac{s}{x+y}\right) \cdot y}{y}$$

$$\begin{cases} 27 = \frac{s}{x} - \frac{y}{x+y} \\ 12 = \frac{s}{y} - \frac{x}{x+y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 27 = \frac{sy}{(x+y)x} \\ 12 = \frac{sx}{(x+y)y} \end{cases}$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{27}{12} = \frac{9}{4} \quad \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$$

$$y = 1,5x$$

$$27 = \frac{s}{x} - \frac{s}{2,5x} = \frac{1,5s}{2,5x}$$

$$\frac{s}{x} = 45 \text{ мин} \quad \frac{s}{y} = 30 \text{ мин}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2. $x^5 + x + 1$

$$x^5 + x + 1 + x^2 - x^2$$

$$x^2(x^2 + 1) + x^2 + x + 1 = x^2 \cdot (x - 1) \cdot$$

$$\cdot (x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) =$$

$$= (x^2 + x + 1) \cdot (x^2 \cdot (x - 1) + 1) =$$

$$= (x^2 + x + 1) \cdot (x^3 - x^2 + 1)$$

4. $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{10} + \sqrt{60}}$

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{10} + \sqrt{60}$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{10} + \sqrt{60}$$

$$10 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15}$$

$$2 \cdot 3 \quad 2 \cdot 5 \quad 2 \cdot 5$$

$$\sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2} < 5,4$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} \approx 5,4$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} \approx 5,4$$

$$5,4$$

$$2,16$$

$$1,16$$

$$a = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{3}$$

$$c = \sqrt{5}$$

$$(a+b+c+d)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 +$$

$$+ 2ab + 2ac + 2ad +$$

$$+ 2bc + 2bd +$$

$$+ 2cd +$$

$$+ 2ab + 2ac + 2ad +$$

$$+ 2bc + 2bd +$$

$$+ 2cd +$$

$$+ d^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 +$$

$$+ 2ab + 2ac + 2ad +$$

$$+ 2bc + 2bd +$$

$$+ 2cd$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{2} < 1,42$$

$$\sqrt{3} < 1,74$$

$$\sqrt{5} < 2,24$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} < 5,4$$

(4)

② ③ $x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0$

5 положительных корней

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -\frac{-5}{1} = 5 \\ x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_5 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_5 + \\ + x_3 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_5 + x_4 \cdot x_5 = a \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = -1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 2 \\ x_4 = 1 \end{cases} \left. \begin{matrix} a = 10 \\ b = -6 \end{matrix} \right\} a = 10, b = -6$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5$$

$$3) \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 3 \\ x_2 \cdot x_3 = 2 \\ x_3 \cdot x_4 = 1 \end{cases} \left. \begin{matrix} a = 10 \\ b = -10 \end{matrix} \right\} a = 10, b = -10$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\textcircled{3.} \quad \left. \begin{aligned} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 &= 2 \\ x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 &= 1 \end{aligned} \right\} 5 \quad l = 5$$

$$x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 0 \quad x = 1 - \text{корень}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\textcircled{1} \begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ \textcircled{2} \begin{cases} yz + x + y = 6 + xz + yz \end{cases} \end{cases}$$

$$z \cdot (z - y) + x \cdot (y - z) = 3 \cdot (x - z) + 2$$

$$z \cdot (z - y) - x \cdot (z - y) = 3 \cdot (x - z) + 2$$

$$(z - y) \cdot (z - x) = 3 \cdot (x - z) + 2$$

$$(z - y) \cdot (z - x) - 3 \cdot (x - z) = 2$$

$$(z - y) \cdot (z - x) + 3 \cdot (z - x) = 2$$

$$(z - x) \cdot (z - y + 3) = 2$$

Рассмотрим 4 случая.

$$\text{I} \begin{cases} z - x = 1 \\ z - y + 3 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = x + 1 \\ z = y - 1 \end{cases}$$

$$x + 1 = y - 1$$

$$y = x + 2$$

подставим во
II уравнение

$$\text{II} \begin{cases} z - x = 2 \\ z - y + 3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = x + 2 \\ z = y - 2 \end{cases}$$

$$x + 2 = y - 2$$

$$y = x + 4$$

подставим во
II уравнение

$$\text{III} \begin{cases} z - x = -1 \\ z - y + 3 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = x - 1 \\ z = y - 5 \end{cases}$$

$$x - 1 = y - 5$$

$$y = x + 4$$

подставим во
II уравнение

$$\text{IV} \begin{cases} z - x = -2 \\ z - y + 3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = x - 2 \\ z = y - 4 \end{cases}$$

$$x - 2 = y - 4$$

$$y = x + 2$$

подставим во
II уравнение

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} & 9 \cdot (x+1) + x + \\ & + x + 2 = 6 + \\ & + x \cdot (x+1) + \\ & + (x+2) \cdot (x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 9x + 9 + \\ & + 2x + 2 = \\ & = 6 + x^2 + x + 1 \\ & + x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 49 + 8 \cdot 3 = \\ &= 73 \end{aligned}$$

Т.к. $x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} & 9 \cdot (x+2) + x + (x+4) \\ & = 6 + x \cdot (x+2) + (x+4) = 6 + x^2 + 2x + x + 4 = \\ & 9x + 18 + x + x + 4 = \\ & = 6 + x^2 + 2x + x^2 + 4x \end{aligned}$$

$$2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 25 + 4 \cdot 2 \cdot 16 = \\ &= 153 \end{aligned}$$

Т.к. $x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} & 9x + 18 + x + x + 4 = \\ & = 6 + x^2 + 2x + x^2 + \\ & + 2x + 8 + 4x \end{aligned}$$

$$2x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 9 + 4 \cdot 2 \cdot 8 = \\ &= 73 \end{aligned}$$

Т.к. $x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} & 9 \cdot (x-1) + x + \\ & + (x+4) = 6 + x + x + (x+2) = \\ & 9(x-1) + (x+4) + (x+2)(x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 9x - 9 + x + \\ & + x + 4 = 6 + x^2 - 2x + \\ & + x^2 - 4 + x^2 - 4 - x \end{aligned}$$

$$2x^2 - 9x + 7 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 81 - 4 \cdot 7 = \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 5}{4} =$$

$$= 7, 1$$

$$y = 1 + 4 = 5$$

$$z = 5 - 5 = 0$$

$$\begin{aligned} & 9 \cdot (x-2) + \\ & + x + (x+2) = \\ & = 6 + x \cdot (x-2) + \\ & + (x+2)(x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 9x - 18 + x + x + \\ & + 2 = 6 + x^2 - 2x + \\ & + x^2 - 4 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 13x + 18 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 169 - 4 \cdot 18 = \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm 5}{4} =$$

$$= 4, 5$$

$$y = 4 + 2 = 6$$

$$z = 6 - 4 = 2$$

$$y = 5 + 2 = 7$$

$$z = 7 - 5 = 2$$

Ответ:

x	y	z
1	5	0
2	4	0

5

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\textcircled{6.} \sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \sin 2x - \\ - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^3 x + \sin x \cos x - 2 \sin x - 2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x - \\ - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

$$\sin^2 x \cdot (\sin x - 2 \cos x) + \cos x \cdot (\sin x - 2 \cos x) - 2 \cdot \\ \cdot (\sin x - 2 \cos x) = 0$$

$$\sin x - 2 \cos x = 0$$

$$\operatorname{tg} x = 2$$

$$x = \arctg 2 + \pi k$$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$D < 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

7. $\log_{x-3} |x-4| < 2$

ОДЗ:

1.) $|x-4| > 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \neq 4$
 $\Rightarrow x - 4 \neq 0$
 $\Rightarrow x \neq 4$

2.) $x-3 > 0$
 $x > 3$

3.) $x-3 \neq 1$
 $x \neq 4$

$\log_{x-3} |x-4| < 2 = \log_{x-3} (x-3)^2$
 $(x-3-1) \cdot (|x-4| - (x-3)^2) < 0$ ✓

$x-4=0$

$x=4$

$|x-4| - (x^2 - 6x + 9) = 0$

I

$x > 4$

$x-4-x^2+6x-9=0$

$x^2-7x+13=0$

$D=49-4 \cdot 13 \neq 0$

∅

II

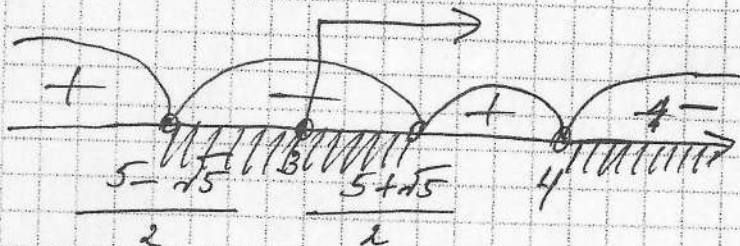
$x < 4$

$-x+4-x^2+6x-9=0$

$-x^2+5x-5=0$

$x^2-5x+5=0$ $D=25-20=5$

$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

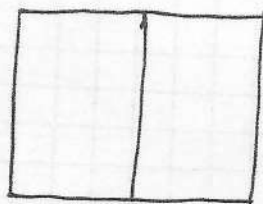


$x \in \left(3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) \cup (4; +\infty)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клсточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

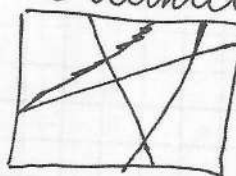
8.

1 мм



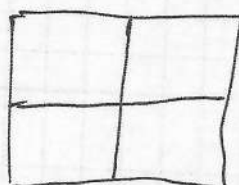
— 11 2 11

3 мм

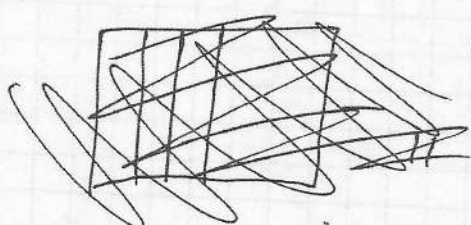
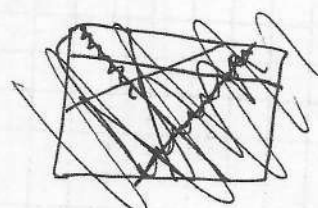


— 11 4 11

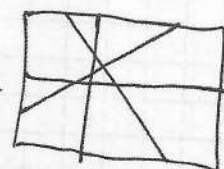
2 мм



— 11 4 11

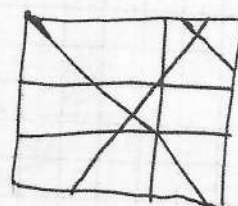


4 мм



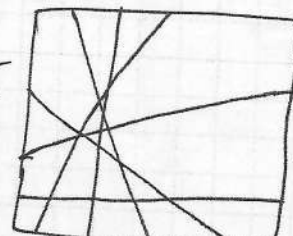
— 11 11 11

5 мм



— 11 16 11

6 мм



— 11 22 11

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5 баллов

№ 6

3 вариант 11 класс

$$\sin 2x (\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 3) = 2 \cos x (\cos^2 x + 2 \cos x - 4) =$$

$$2 \cos x \cdot \sin x (\cos^2 x + 2 \cos x - 3 - \sin x) = 2 \cos x (2 \cos^2 x + 2 \cos x - 3 - 1)$$

Замени: $t = \cos^2 x + 2 \cos x - 3$

$$\sin x (t - \sin x) = t - 1$$

$$\sin^2 x - \sin x \cdot t + t - 1 = 0$$

$$\textcircled{2} = t^2 - 4t + 4 = (t - 2)^2$$

$$\sin x = \frac{t + t - 2}{2} = t - 1$$

Обратная замена

$$\sin x = \cos^2 x + 2 \cos x - 4$$

$$\sin x + 5 = (\cos x + 1)^2$$

минимальное значение левого выражения = 4 при $\sin x = -1$

максимальное значение правого выражения = 4 при $\cos x = 1$

Получ выражения имеют решения когда

$$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = 1 \end{cases} \quad \text{Что невозможно.}$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$

+

№ 5

Рассмотрим второе уравнение системы.

$$2(y-2)+1 = y(x-2) - 2(x-2)$$

$$1 = (y-2)(x-2-2)$$

В целом так же это уравнение имеет решения когда:

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} y - 2 = 1 \\ x - z = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y - 2 = -1 \\ x - z = -1 \end{cases}$$

$$y = 3$$

$$y = 1$$

$$x = 3 + z$$

$$x = 1 + z$$

Рассмотрим ~~второе~~ ^{первое} уравнение

$$y(y - z) - x(y - z) = 3(x - y) + 5$$

$$(y - x)(y - z) + 3(y - x) = 5$$

$$(y - x)(y - z + 3) = 5$$

$$1) y = 1, x = 1 + z$$

$$(1 - x)(1 - z + 3) = 5$$

$$-z(4 - z) = 5$$

$$z = -1 \quad z = 5$$

$$x = 0$$

$$x = 6$$

$$y = 1$$

$$y = 1$$

Ответ: $(0, 1, -1), (6, 1, 5)$

№ 7

Ограничения на x : $1 - x > 0$; $1 - x \neq 1$; $2x - 1 > 0 \Rightarrow x \in (\frac{1}{2}, 1)$

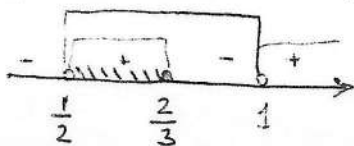
Заметим, что при данных ОДЗ основание логарифма и подлогарифмическое выражение лежат на отрезке $(0, 1)$.

Чтобы работать с числами бо́льшими 1, возведем основание и подлогарифмическое выражение в -1 степень.

$$\log_{\frac{1}{1-x}} \left(\frac{1}{2x-1} \right) \geq 1$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой. не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{1}{2x-1} \geq \frac{1}{1-x}$$



$$\frac{1-x-2x+1}{(2x-1)(1-x)} \geq 0$$

$$\text{Итак как } 0 < x \leq \frac{2}{3}$$

$$\frac{3x-2}{(2x-1)(x-1)} \geq 0$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$$

(+)

№ 2

$$x^2 - x - (y^2 - 3y + 2)$$

$$D = 1 + 4y^2 - 12y + 8 = (2y-3)^2$$

$$x_1 = \frac{1+2y-3}{2} = y-1 \quad x_2 = \frac{1-2y+3}{2} = 2-y$$

$$(x-y+1)(x-2+y) = x^2 - y^2 - x + 3y - 2$$

$$\text{Ответ: } (x-y+1)(x-2+y)$$

(+)

№ 4

$$\sqrt{15 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}} \approx 6,4 \quad | \cdot 2$$

$$2(2\sqrt{3} + \sqrt{14} + \sqrt{42}) \approx 40,96 - 15 \quad | : 2$$

$$2\sqrt{14} + \sqrt{42} \approx 12,98 - 2\sqrt{3} \quad | \cdot 2$$

$$14 + 42 + 2\sqrt{7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 6} \approx 157,4804 - 4\sqrt{3} \cdot 12,98 + 12$$

$$28\sqrt{3} + 51,92\sqrt{3} \approx 168,4804 - 56$$

$$79,92\sqrt{3} \approx 112,4804$$

Откуда это число?

(+)

$\sqrt{3} > 1,73$, возьмем заведомо меньшее значение (1,73) и подставим его вместо $\sqrt{3}$

$$114,2616 > 112,4804$$

Так как при подстановке меньшего значения число вышло

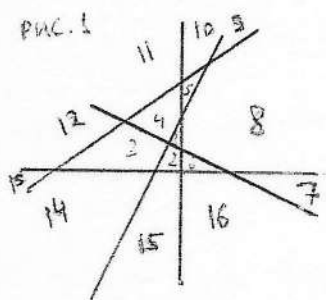
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

уже больше того, что стоит справа, очевидно, что при подста-
новке более точного значения $\sqrt{3}$, оно станет еще больше.

Так как в процессе преобразований мы не делили на
отриц. числа знак остается неизменным

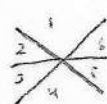
Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168}} > 6,4$

✓ 8

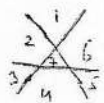


Докажем, что для того чтобы получить макси-
мальное количество многоугольников из макси-
мального кол-ва прямых нужно сделать так, чтобы
у каждой из прямых было по $(n-1)$ пересечений
с другими прямыми (при этом, это прямых всего $= n$)

Рассмотрим случай где у прямой меньше $n-1$ пересечений (при $n=3$)



Поскольку плоскость делится на 6 частей. Если же
у каждой прямой по две (.) пересечения, то частей будет 7



Попробуем построить пример, где у каждой прямой

будет максимальное точек пересечения для $n=5$ (т.е. 4 точки).

Такой пример возможен (рис.1), получится 16 частей

Ответ: 16

7

$\square X$ - сумма чисел тогда
 $\frac{x}{30} + \frac{x}{60} =$
 $3x = 120, x = 40$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№1

Когда автомобиль едет туда он проезжает x км в гору и y км с горы. Когда же он едет обратно он проезжает y км в гору и x км с горы. Значит, что $x+y$ - весь путь S , то можно сказать, что он проехал x км в гору туда + y км в гору обратно = S и y км с горы туда + x км с горы обратно = S . Составим уравнение:

$$\frac{S}{20} + \frac{S}{60} = 2$$

$$3S = 120$$

$$S = 40 \text{ км}$$

Ответ: 40 км.

(+)

№3

$$x^6 - 6x^5 + 15x^4 + 42x^3 - 80x^2 - 48x + 64 = 0$$

(-)

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

11 класс

№1 Пусть v велосипедиста = x , тогда v ветра = y . Из этого
имеем:

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 3, \\ \frac{1}{x-y} = 5; \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr|l} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \\ \hline + & + & - & + & - & + & + & - & 5 & \end{array}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = 11.5 \\ 5x - 5y = 11.3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x + 15y = 5 \\ 15x - 15y = 3 \end{cases}$$

$$30x = 8$$

$$x = \frac{8}{30}$$

$$t = \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{8}{30}} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ минуты}$$

Ответ: 3,75 минуты.

$$\begin{aligned} \text{№2 } (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 &= (x+y+z)^3 - x^3 - (y^3+z^3) = (x+y+z-x) \cdot \\ &\cdot ((x+y+z)^2 + x \cdot (x+y+z) + x^2) - (y+z) \cdot (y^2 - yz + z^2) = (y+z) \cdot \\ &\cdot (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz + x^2 + xy + xz + x^2) - (y+z) \cdot (y^2 - yz + z^2) = \\ &= (y+z) \cdot (3x^2 + y^2 + z^2 + 3xy + 3xz + 2yz - y^2 + yz - z^2) = (y+z) \cdot \\ &\cdot (3x^2 + 3xy + 3xz + 3yz) = 3(y+z)(x^2 + xy + xz + yz) = \\ &= 3(y+z)(x \cdot (x+y) + 2(x+y)) = 3(y+z) \cdot (x+y) + (x+z) \end{aligned}$$

$$\text{№4 } \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \text{ и } 6,5$$

$$15 + 2\sqrt{3 \cdot 5} + 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 7} + 2 \cdot \sqrt{5 \cdot 7}$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a = \sqrt{3}; b = \sqrt{5}; c = \sqrt{7} \text{ т.к. } a^2 + b^2 + c^2 = 15$$

$$\sqrt{(a+b+c)^2} = a+b+c$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} \text{ и } 6,5$$

$$\begin{cases} \sqrt{3} > 1,7 \\ \sqrt{5} > 2,2 \\ \sqrt{7} > 2,6 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}) > 6,5$$

Ответ: левое число больше.

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + 2; & (1) \\ 9x + z + y = 6 + xz + yx. & (2) \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы:

$$\begin{aligned} x(x-y) + z(y-x) &= 3(z-x) + 2 \\ x(x-y) + z(x-y) &= 3(z-x) + 2 \\ (x-y)(x-z) &= 3(z-x) + 2 \\ (x-y)(x-z) - 3(z-x) &= 2 \\ (x-y)(x-z) + 3(x-z) &= 2 \\ (x-z)(x-y+3) &= 2 \end{aligned}$$

I

$$\begin{cases} x-z=1 \\ x-y+3=2 \\ x=2+z \\ x=1+y \\ 2+z=1+y \\ y=z \end{cases}$$

подстав. во 2-е уравн.:

$$\begin{aligned} 9(2+z) + z + z &= 6 + (z+1) \cdot z + z(z+1) \\ 9z + 9 + 2z &= 6 + z^2 + z + z^2 + z \\ 2z^2 - 9z - 3 &= 0 \\ D &= 81 + 8 \cdot 3 = 105 \\ \text{Д.т.к. } z \notin \mathbb{Z} \end{aligned}$$

II

$$\begin{cases} x-z=2 \\ x-y+3=1 \\ x=2+z \\ x=-2+y \\ 2+z=-2+y \\ 4+z=y \end{cases}$$

подстав. во 2-е уравн.:

$$\begin{aligned} 9(2+z) + 2 + 4 + z &= 6 + (2+z) \cdot 2 + (4+z)(2+z) \\ 22 + 11z - 14 - 8z - 2z^2 &= 0 \\ 2z^2 - 3z - 8 &= 0 \\ D &= 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-8) = 73 \\ \text{Д.т.к. } z \notin \mathbb{Z} \end{aligned}$$

III

$$\begin{cases} x-z=-1 \\ x-y+3=-2 \\ x=-1-z \\ x=y-5 \\ -1-z=y-5 \\ y=4-z \end{cases}$$

подставим во 2-е уравн.:

$$\begin{aligned} 9(-1-z) + 2 + 4 - z &= 6 + (-1-z) \cdot 2 + (-1-z) \cdot (4-z) \\ -5 - 9z &= 2 - 4z \\ -5z &= 2 + 5 \\ z &= -\frac{7}{5} = -1,4 \\ x &= -1 - z = \frac{2}{5} = 0,4 \\ y &= 4 - z = \frac{27}{5} = 5,4 \\ \text{Д.т.к. } z \notin \mathbb{Z} \end{aligned}$$

IV

$$\begin{cases} x-z=-2 \\ x-y+3=-1 \\ x=-2+z \\ x=-4+y \\ -2+z=-4+y \\ y=z+2 \end{cases}$$

подставим во 2-е:

$$\begin{aligned} 9(-2+z) + z + z + 2 &= 6 + (-2+z) \cdot 2 + (2+z)(-2+z) \\ 2z^2 - 13z + 18 &= 0 \\ D &= 25 \\ z_1 &= 2 \\ z_2 &= \frac{9}{2} = 4,5 \end{aligned}$$

При $z=2$:

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

При $z = \frac{9}{2} = 4,5$:

$$\begin{aligned} x &= 2,5 \\ y &= 6,5 \end{aligned}$$

не подходит, так как числа не целые.

Ответ: (0; 4; 2). ✓ Потерян ответ

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6 $\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin^2 x \cdot \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$

Решение:

$$\cos^2 x + \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x - \cos x + 8 \sin x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 4 \sin x) + \sin^2 x \cdot (\cos x - 4 \sin x) - 2 (\cos x - 4 \sin x) = 0$$

$$(\cos x - 4 \sin x) \cdot (\sin^2 x + \cos x - 2) = 0$$

$$\cos x - 4 \sin x = 0$$

$$-4 \tan x + 1 = 0$$

$$\tan x = \frac{1}{4}$$

$$x = \arctan \frac{1}{4} + \pi k$$

или

$$\sin^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$D < 0 \Rightarrow \emptyset$$

№7 $\log_{|1-2x|} (3-x) \geq 1$

$$\log_{|1-2x|} (3-x) \geq \log_{|1-2x|} |1-2x|$$

$$(|1-2x|-1) \cdot (3-x-|1-2x|) \geq 0$$

$$|1-2x|-1=0$$

$$|1-2x|=1$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\text{или } 3-x-|1-2x|=0$$

$$1-2x=0$$

$$x = \frac{1}{2}$$



I

$$x < \frac{1}{2}$$

$$3-x-1+2x=0$$

$$2+x=0$$

$$x=-2$$

II

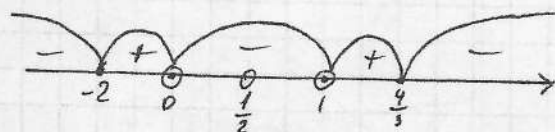
$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$3-x+1-2x=0$$

$$-3x=-4$$

$$3x=4$$

$$x = \frac{4}{3}$$



Ответ: $x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$.

О.Д.З

1) $3-x > 0$; $x < 3$

2) $|1-2x| > 0$

$$1-2x \neq 0$$

$$2x \neq 1$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

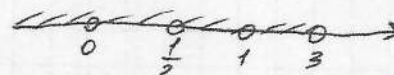
3) $|1-2x| \neq 1$

$$1-2x \neq 1$$

$$1-2x \neq -1$$

$$x \neq 0$$

$$x \neq 1$$



Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№3 $x^4 - 4x^3 + ax^2 + 6x + 1 = 0$

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 = a \\ x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = -6 \end{cases}$$

Пусть все $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 \Rightarrow x = 1$
 $\Downarrow$
 $a = 6$
 $b = -4$

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0 \quad | : x^2$$

$$x^2 - 4x + 6 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) - 4 \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$$

Пусть $t = x + \frac{1}{x}$, тогда $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

$$t^2 - 2 - 4t + 6 = 0$$

$$t^2 - 4t + 4 = 0$$

$$(t - 2)^2 = 0$$

$$t = 2 \quad (2 \text{ корня})$$

Ищем:

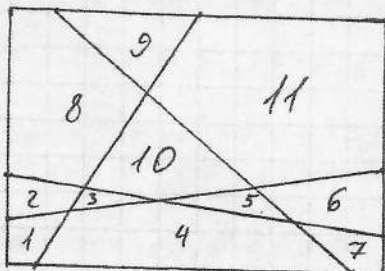
$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = 1 \quad (2 \cdot 2 \text{ корня}) \Rightarrow 4 \text{ корня}$$

Ответ: $a = 6$; $b = -4$.

№8



Закономерность замечается в том, что каждая прямая увеличивает число частей на свой номер.

- 1 прямая — 2 части
- 2 прямых — 4 части
- 3 прямых — 7 частей
- 4 прямых — 11 частей.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

5 баллов
Реш

Задача 1.

О — точка встречи, всадники
выехали одновременно, значит
они ехали до места встречи одинаковое
время t , всадник 1 прибыл в В через
27 мин, всадник 2 прибыл в А через 12 мин,
так как они с одинаковой скоростью,
тогда составим отношение скоростей
на участках АО и ОВ:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{AO}{12}}{\frac{OB}{27}} = \frac{v_1}{v_2}, \text{ откуда } \frac{t}{12} = \frac{27}{t},$$

$$t^2 = 27 \cdot 12, \quad t = 18, \text{ значит встретились}$$

они через 18 мин, тогда 1 всадник
проехал путь за $18 + 27 = 45$ (мин),
а второй за $18 + 12 = 30$ (мин)

Ответ: один за 45 минут, второй за
30 мин



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №4

Сравните:

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \quad \text{и} \quad 5,4$$

$$10 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} \quad \text{и} \quad 29,16$$

$$2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \quad \text{и} \quad 19,16$$

$$\sqrt{6} < 2,48, \quad \text{т.к.} \quad 2,48^2 = 6,1504 > 6$$

$$\sqrt{10} < 3,2, \quad \text{т.к.} \quad 3,2^2 = 10,24 > 10$$

$$\sqrt{15} < 3,9, \quad \text{т.к.} \quad 3,9^2 = 15,21 > 15$$

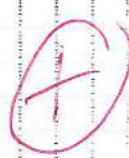
$$\text{Поэтому } \sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15} < 2,48 + 3,2 + 3,9 =$$

$$= 9,58, \quad \text{а поэтому } 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) < 2 \cdot 9,58 =$$

$$19,16, \quad \text{откуда следует, что}$$

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < 5,4$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < 5,4$$



Место проведения ФГБОУ ВО "ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова" - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 4

$$\log_{x-3} |x-4| < 2,$$

$$2 \log_{x-3} |x-4| < 4$$

$$\log_{x-3} (x-4)^2 < 4$$

$$\log_{x-3} (x-4)^2 - \log_{x-3} (x-3)^4 < 0$$

$$(x-3-1)(x-4)^2 - (x-3)^4 < 0$$

$$(x-4) / (x-4 + (x-3)^2) / (x-4 - (x-3)^2) < 0$$

$$(x-9)(x-y+x^2-6x+9)(x-y-x^2+6x-9) < 0$$

$$(x-4)/(x^2-5x+5) \cdot (-x^2+2x-13) < 0 \quad | : (-1)$$

$$(x-4)(x^2-5x+5)(x^2-2x+13) \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 13 = 0$$

$$D = 49 - 52 < 0, \text{ 3 real roots}$$

при условии $x^2 - 7x + 13 > 0$, тогда

$$(x-4)(x^2-5x+5) > 0$$

$$(x-4)/(x-\frac{5+\sqrt{5}}{2})/(x-\frac{5-\sqrt{5}}{2}) > 0$$

$$x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$D = 25 - 20 = 5$$

$$X_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{array}{c} - \quad + \quad - \quad + \\ \frac{5-\sqrt{5}}{2} \quad \frac{5+\sqrt{5}}{2} \quad 4 \end{array} \quad x, \quad \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2} \right) \cup (4, +\infty)$$

Место проведения ФГБОУ ВО "ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова" - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 7 продолжение

$$\frac{5-\sqrt{5}}{2} \quad \frac{5+\sqrt{5}}{2} \quad 4 \rightarrow x$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow x, \text{ тогда}$$

$$(3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}) \cup (4; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}) \cup (4; +\infty)$$

или

Задача 2

 $x^5 + x + 1$, по формуле разложить на линейные
и квадрат, тогда

$$\begin{array}{r} x^5 + x + 1 \quad | \quad x^2 + x + 1 \\ x^5 + x^4 + x^3 \quad | \quad x^3 - x^2 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^4 - x^3 \\ -x^4 - x^3 - x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + x + 1 \\ -x^2 + x + 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

, тогда

$$x^5 + x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

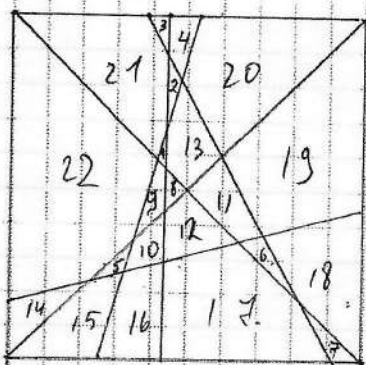
$$\text{Ответ: } x^5 + x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

Место проведения ФГБОУ ВО "ГУМРФ имени адмирала С.О.Макарова" - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8

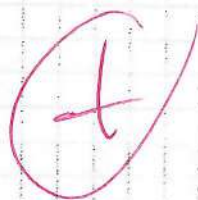
Зададим плоскость в виде квадрата



очевидно, что эти условия
получить максимальное число
кусочков, на которые
можно разрезать плоскость,
все прямые должны пересекаться,

при этом каждая с каждой ~~на~~ в
разной точке, т.е. в одной точке
не может пересекаться более двух
прямых. Построим пример (см. рисунок).
Все условия соблюдены: нет параллельных
прямых и они не пересекаются в одной
точке. Посчитаем кол-во частей:
по формуле 22, значит 22 - наибольшее
кол-во частей

Ответ: 22



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 4

$$x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0 \quad 5 \text{ положительных корней.}$$

Теорема Виета для 5 степеней: (записано)

$$\begin{cases} -5 = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\ -1 = -(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5) \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

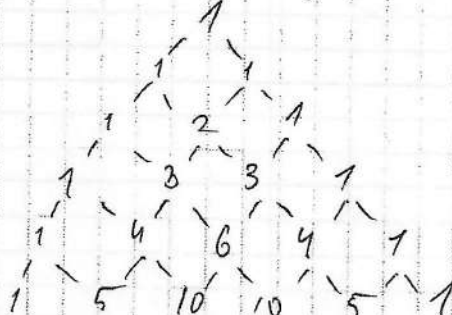
$$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = 1$$

Отсюда следует, что такое число может быть только в одной ситуации:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 1, \text{ а значит}$$

$$x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = (x-1)^5$$

Тогда из бинома Ньютона следует, что посмотрев на коэффициенты должны быть из треугольника Паскаля:



7

Значит $a = 10, b = 10, c = 5$, но т.к. у нас $(x-1)^5$, то значит требуется

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Тогда очевидно: $a = 10$ $a = -10$ $c = 5$

Ответ: a равно 10
 b равно ~~10~~ -10
 c равно 5

Задача 5

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ yz + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

$$\begin{cases} yz + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

При $z = 0$ система становится:

$$\begin{cases} yx = 3x + 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

можно?

$$\begin{cases} y = 6 - x \end{cases}$$

$$(6 - x)x = 3x + 2$$

$$\begin{cases} y = 6 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \end{cases}$$

$y = 4$, ответы получим

$(1, 5, 0)$ и $(2, 4, 0)$, так же очевидно, что $z \neq x$, иначе 1 уравнение становится $0 = 2$ что неверно
ответ: $(1, 5, 0), (2, 4, 0)$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

71 KMACC

N 2

$$X^5 + X + 1$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	0	+	+	+	+	+	5

1) Добавим и отнимем x^4 : $x^5 + x^4 - x^4 + x + 1$

2) Добавим и отнимем x^3 : $x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x + 1$

3) Добавим и отнимем x^2 : $x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x + 1$

4) вынесим за скобки общий множитель x^3 :

$$x^3(x^2+x+1) - x^4 - x^3 - x^2 + x^2 + x + 1$$

5) вынесли за скобки общий множитель $-x^2$:

$$x^3(x^2+x+1) - x^2 \cdot (x^2+x+1) + x^2+x+1$$

б) вынесем за скобки общий множитель $(x^2 + x + 1)$:

$$(x^2 + x + 1) \cdot (x^3 - x^2 + 1)$$

N 4

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \quad 4, 5, 4$$

Формула: $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$.
Представим так:

$$\sqrt{24} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3}$$

$$\sqrt{40} = 2 \cdot \sqrt{2.5}$$

$$\sqrt{60} = 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 5}$$

Пусть $x = \sqrt{2}$; $y = \sqrt{3}$; $z = \sqrt{5}$,

Тогда получим выражение:

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2} =$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} \approx 1,41 + 1,73 + 2,23$$

$$\approx 5,37.$$

$$5,37 < 5,4.$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№7

$$\log_{x-3} |x-4| < 2$$

Представим 2 как: $\log_{x-3} (x-3)^2$

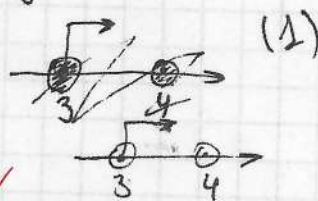
Получим следующее неравенство:

$$\log_{x-3} |x-4| < \log_{x-3} (x-3)^2$$

Метод дополнения до единицы:

$$\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \neq 1 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{т.к. основа} \\ \text{ние} \\ \text{логарифма} \end{array} \right\} \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\log_{x-3} \frac{|x-4|}{(x-3)^2} < 0$$



Преобразуем:

$$(x-4) \cdot (x^2 - 6x + 9 - |x-4|) > 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - |x-4| = 0$$

распишем модуль

$$\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 9 - x + 4 = 0 \\ x^2 - 7x + 13 = 0 \end{cases} \quad \emptyset$$

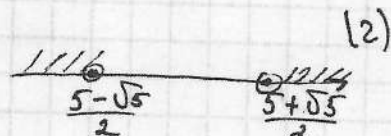
$$D = 49 - 52 = -3 < 0$$

$$x \geq 4$$

$$\begin{cases} x-4 < 0 \\ x^2 - 6x + 9 + x - 4 = 0 \\ x^2 - 5x + 5 = 0 \end{cases}$$

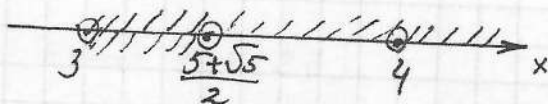
$$D = 25 - 20 = 5$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \approx 3,6 \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \\ x \leq 4 \end{cases}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

На одну прямую (1) и (2):



Ответ: $\left[3; \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right] \cup (4; +\infty)$.

№5

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz. \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \end{matrix}$$

I ∈ IV, за скобку z - общий множитель

II ∈ III, за скобку y - общий множитель

$$z \cdot (z-x) + y \cdot (x-z) = 3 \cdot (x-z) + 2$$

Поменяем местами множители, вынесим -

$$-z \cdot (x-z) + y(x-z) = 3 \cdot (x-z) + 2 \quad (x-z) \text{ за скобки:}$$

$$(x-z)(-z+y-3) = 2$$

Находим пары:

$$\begin{matrix} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} \\ \begin{cases} x-z=2 \\ y-z-3=1 \end{cases} & \begin{cases} x-z=-2 \\ y-z-3=1 \end{cases} & \begin{cases} x-z=1 \\ y-z-3=2 \end{cases} & \begin{cases} x-z=-1 \\ y-z-3=-2 \end{cases} \end{matrix}$$

$$9z + (x+y) = 6 + z + (x+y)$$

$$\text{I} \begin{cases} x-z=2 \\ y-z-3=1 \end{cases} \quad + \text{Сложение}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x+y-2z=6$$

$$x+y=6+2z$$

$$9z+6+2z=6+z(6+2z)$$

$$2z^2-5z=0 \quad z \cdot (z-5)=0$$

$$\begin{cases} z=\frac{5}{2} \\ z=0 \end{cases} \text{ - иррациональное число не подходит}$$

$$z=0 \quad x=2 \quad y=4$$

$$(2; 4; 0)$$

$$(II) \quad \begin{cases} x-z=-1 \\ y-z-3=-2 \end{cases} +$$

$$x+y-2z-3=-3 \quad x+y=2z$$

$$9z+2z=6+2z^2 \quad 2z^2-11z+6=0 \quad D=121-48=73$$

$$z = \frac{11 \pm \sqrt{73}}{4} \quad z \text{ - иррациональные}$$

$$(III) \quad \begin{cases} x-z=1 \\ y-z-3=2 \end{cases} :$$

$$x+y-2z-3=3$$

$$x+y=2z+6 \quad 9z+6+2z=6+z+2z+6$$

$$2z^2-5z=0 \quad z \cdot (2z-5)=0 \quad \begin{cases} z=\frac{5}{2} \\ z=0 \end{cases} \text{ - иррациональное}$$

$$z=0 \quad x=1 \quad y=5$$

$$(1; 5; 0)$$

$$(IV) \quad \begin{cases} x-z=-1 \\ y-z-3=-2 \end{cases}$$

$$9x+2z=6+2z^2 \quad z \text{ - иррациональные}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Ответ: $(2; 4; 0)$ и $(1; 5; 0)$.

№6

$$\sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \sin 2x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

Формула: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

После преобразования получим:

$$\sin^3 x + \sin x \cos x - 2 \sin x - 2 \sin^2 x \cos x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0$$

Вынесем общие множители за скобку:

$$\cos x (\sin x - 2 \cos x) - 2 (\sin x - 2 \cos x) + \sin^2 x (\sin x - 2 \cos x) = 0$$

Вынесем $\sin x - 2 \cos x$ за скобку:

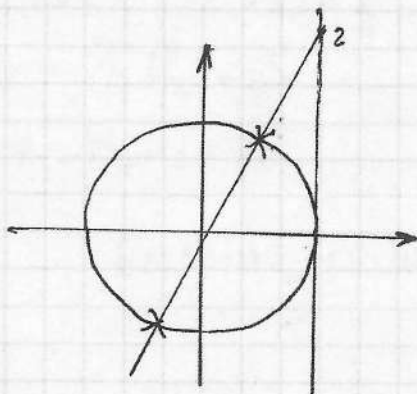
$$(\sin x - 2 \cos x) (\cos x - 2 + \sin^2 x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x - 2 \cos x = 0 \quad / : \cos x \\ \cos x - 2 + \sin^2 x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = 2 \\ \cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$D < 0$$

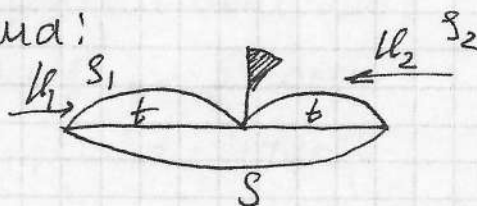
$$x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k$$

Ответ $\operatorname{arctg} 2 + \pi k$



№1

Схема:



Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$S_{\text{общ}} = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t$$

$$\frac{t \cdot v_2}{v_1} = \frac{27}{60} \text{ (в часах)}$$

$$\frac{t \cdot v_1}{v_2} = \frac{12}{60}$$

$$t^2 = \frac{27 \cdot 12}{60 \cdot 60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{18}{60}$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2}$$

$$v_2 = \frac{3}{2} v_1$$

$$t \cdot \left(\frac{5}{2} v_1\right) = S$$

$$v_1 = \frac{2}{3} v_2$$

$$t \cdot \frac{5}{2} = \frac{S}{v_1}$$

$$\frac{S}{v_1^2} = \frac{18 \cdot 5}{60 \cdot 2} = \frac{3}{4} =$$

$$= 45 \text{ минут.}$$

$$t \cdot (v_2 + \frac{2}{3} v_2) = S$$

$$t = \frac{5}{3} v_2 = S$$

$$t \cdot \frac{5}{3} = \frac{S}{v_2}$$

$$\frac{18 \cdot 5}{60 \cdot 3} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 \text{ минут}$$

Ответ: 45 минут; 30 минут

№ 8

6 прямых

Проведем аналогично:

если 1 пр - 2 части

2 прямые - 4 части

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь темной синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

если 3 прямые - 7 точек ⁹
получается, что каждая следующая часть = ?

= кол-во ее" прямых + точек предыдущей, т.есть

$$4 \text{ пр} = 7 + 4 = 11 \text{ точек}$$

$$5 \text{ пр} = 11 + 5 = 16 \text{ точек}$$

$$6 \text{ прямых} = 16 + 6 = 22 \text{ точки}$$

Следовательно площадь можно поделить 6 прямыми
на 22 точки.

Пожалуйста, пользуйтесь темпо-сипей или чёрной ручкой, не пишите за пределами класочка и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



3 ВАРИАНТ

11 класс

Весь путь - S

$t_{\text{вверх}} = \frac{S}{30}$ ч.

$t_{\text{с гор}} = \frac{S}{60}$ ч.

всё время - 2 часа

$$\frac{S}{30} + \frac{S}{60} = 2$$

$$\frac{2S + S}{60} = 2$$

$$3S = 120$$

$$S = 40 \text{ км}$$

Ответ: 40 км

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	0	+	+	+	+	+	5

№2

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - x + 3y - 2 &= \left(x^2 - x - \frac{1}{4}\right) - \left(y^2 - 3y + \frac{9}{4}\right) - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \\ &= \left(x - \frac{1}{2} - y + \frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2} + y - \frac{3}{2}\right) = \left(x - y - \left(-\frac{2}{2}\right)\right) \left(x + y - \frac{4}{2}\right) = \\ &= (x - y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

Ответ: $(x - y + 1)(x + y - 2)$

№34

$$\sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,40$$

$$15 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 15$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7} > 6,4$$

$$\left. \begin{aligned} 1,41 &< \sqrt{2} < 1,42 \\ 2,44 &< \sqrt{6} < 2,45 \\ 2,64 &< \sqrt{7} < 2,65 \end{aligned} \right\} > 6,4$$

Ответ: $\sqrt{15} + \sqrt{48} + \sqrt{56} + \sqrt{168} > 6,40$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами класочка и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N 6

$$\sin 2x \cos^2 x - \sin x \sin 2x + 2 \cos x \sin 2x - 4 \sin 2x - 2 \cos^3 x + 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

$$\sin 2x (\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4) - 2 \cos x (\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4) = 0$$

$$(\sin 2x - 2 \cos x) (\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 2x - 2 \cos x = 0 \\ \cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\sin 2x - 2 \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 0$$

$$2 \cos x (\sin x - 1) = 0$$

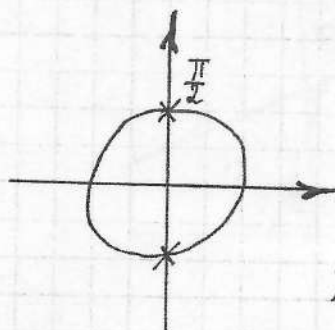
$$\begin{cases} 2 \cos x = 0 & \cos x = 0 \\ \sin x - 1 = 0 & \sin x = 1 \end{cases}$$

$$\cos^2 x - \sin x + 2 \cos x - 4 = 0$$

$$\sin x = -1$$

$$\cos x = +1 \quad \left. \begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \cos x = +1 \end{array} \right\} \text{невозможно} \Rightarrow \emptyset$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



N 7

$$\log_{1-x} (2x-1) \geq 1$$

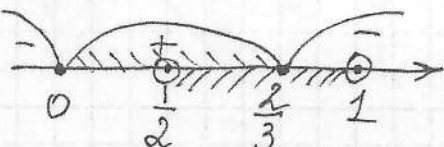
$$\log_{1-x} (2x-1) \geq \log_{1-x} (1-x)$$

$$\text{Дополните до единицы} \\ (1-x-1)(2x-(1-x)) \geq 0$$

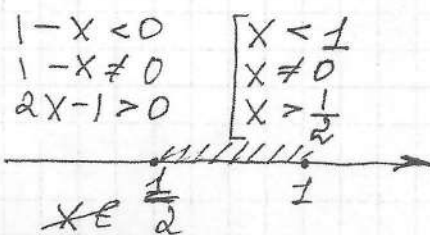
Пожалуйста, пользуйтесь темпо-сипей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клоточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(1-x-1)(2x-1-1+x) \geq 0$$

$$-x(3x-2) \geq 0$$



$$x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$$



$$\text{Ответ: } x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$$

№8

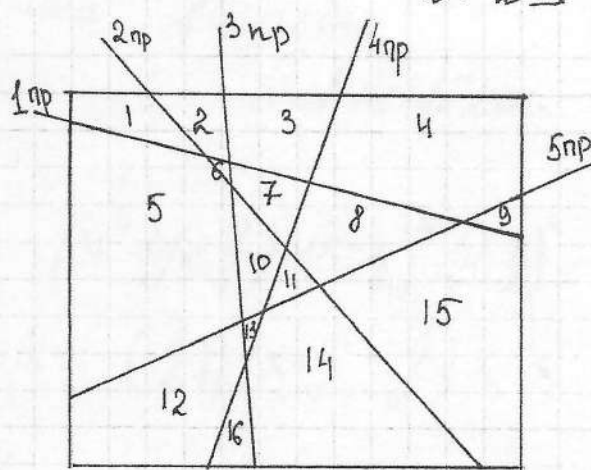
1 прямая – 2 части

2 прямая – 4 части

3 прямая – 7 частей

4 прямая – 11 частей

5 прямая – 16 частей



№5

$$y^2 + zx - zy - yx = 3x - 3y + 5$$

$$2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z$$

$$y(y-z) - x(y-z) = 3(x-y) + 5$$

$$(y-z)(y-x) - 3(x-y) = 5$$

$$(y-x)(y-z+3) = 5$$

$$\checkmark \begin{cases} y-x=1 \\ y-z+3=5 \end{cases} \begin{cases} y=x+1 \\ y=2+z \end{cases}$$

$$\checkmark \begin{cases} y-x=-5 \\ y-z+3=-1 \end{cases} \begin{cases} y=x-5 \\ y=z-4 \end{cases}$$

$$x+1 = 2+z \quad 2x-1 = x^2+x-x^2$$

$$z = x-1 \quad z=0 \quad (0; 1; -1)$$

$$x-5 = z-4 \quad 2x-13 = x^2-5x-x^2+16$$

$$z = x-1 \quad (6; 1; 5)$$

потеря случаев!

Место проведения МАДИ - г. Москва

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2.

THURSDAY

Задание 4.

A --- B $\exists$ S - power. of A go B ; $\Rightarrow S = V_1 t + V_2 t$, 2^{nd} t - power
Bep.

$$\Rightarrow S = V_2 (t+12) = V_1 (t+27) \quad V_2 = B \rightarrow A.$$

$$\Rightarrow \frac{St}{27+t} + \frac{St}{12+t} = S$$

$$\frac{(12+t)(27+t)^t}{(27+t)(12+t)} = 1$$

$$39t + 2t^2 = 27.12 + t^2 + 39t$$

$$f^2 = 27 \cdot 12 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow f = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18 \text{ мм.}$$

$$\Rightarrow \{c_i \mid 18+27 \text{ и } 18+12 \neq \text{число}\}$$

Отмет: 30 мин и 45 мин

Загальне ?

Т.к. едв 3 ноября 70 вост. т. Букта глас 70. 100000. 500:

$$5x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

$$(x-1)^5 = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 10; b = -10; c = 5$$

Q. 36: $a = 10$; $b = -10$; $c = 5$

z.B. $x > 0 \mid \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 1$
 however $\Rightarrow$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 2.

$$\log_{x-3}|x-4| < 2$$

где $x-3 > 0$ и $x-3 \neq 1 \Rightarrow$
 $x > 3$; $x \neq 4$.

$$\log_{x-3}|x-4| < \log_{x-3}(x-3)^2$$

$$\frac{|x-4| - (x-3)^2}{x-3-1} < 0$$



1. $x-4 > 0 \Rightarrow$

$$\frac{x-4 - x^2 - 9 + 6x}{x-4} < 0 \Rightarrow -x^2 - 13 + 7x < 0$$

$$x^2 - 7x + 13 > 0$$

Тогда ~~это~~ крив. ф-и, крив. параб., ветви вверх;

~~крив.~~ $D = 49 - 4 \cdot 13 = 49 - 52 < 0 \Rightarrow$ не перес. с Ох крив.

$\Rightarrow x^2 - 7x + 13 > 0$ при всех $x \Rightarrow x > 4$ реш.

2. $x-4 < 0 \Rightarrow$

$$4-x - x^2 - 9 + 6x > 0$$

$$-x^2 + 5x - 5 > 0$$

$$x^2 - 5x + 5 < 0$$

$$D = 25 - 20 = 5 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

при $x < 4$ решим $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$ т.к. $\sqrt{5} > \sqrt{5} \Rightarrow$

$3 > \sqrt{5} \Rightarrow 8 > 5 + \sqrt{5} \Rightarrow 4 > \frac{5+\sqrt{5}}{2}, \frac{5-\sqrt{5}}{2}$

Оте: ~~$\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$~~ $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) \cup (4; +\infty)$

Задача 4.

$$\sqrt{10 + \sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{2+5+3+2\sqrt{2}\cdot 3+2\sqrt{5}\cdot 3+2\sqrt{2}\cdot 5} =$$

$$= \sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{3})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3} \quad \vee \quad 5,4$$

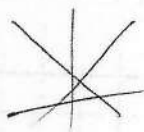
где $\sqrt{2} < 1,5$; $\sqrt{3} < 1,6$; $\sqrt{5} < 2,3 \Rightarrow$

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3} < 5,4$$

Оте: $\sqrt{10 + \sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < 5,4$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 18.



Рассмотрим для n линий не.

крон. одну точку и не // друг другу.

Тогда добавив ~~на~~ 1 линию получ.

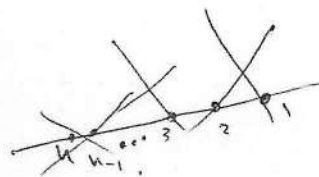
ув. $\Rightarrow$ n кр. пересекаясь, добавится.

$n+1$ пересекаясь. т.е. каново тоже неслучайно.

увел. на n . $\Rightarrow$ ~~Тогда~~

увел. на n . пересекаясь.

увел. на n . Тогда кр.



+1 т.е. каждая i линия образует i перес.

n линий 1 образ. $\Rightarrow 1 + 1 + \dots + 1 = n+1$

$\Rightarrow$ для: 1 лн - 2 п - 0 т.н.

2 лн - 4 п - 1 т.н.

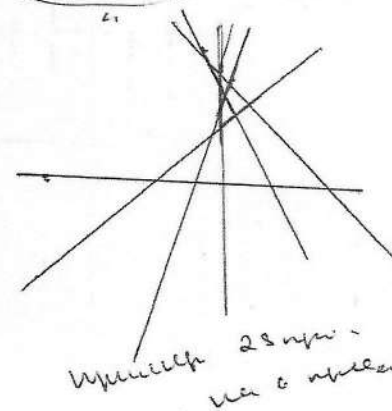
3 - 7 п - 3 т.н.

4 - 11 п - 6 т.н.

5 - 18 п - 10 т.н.

6 - 29 п - 15 т.н.

Отв: 29 перес.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6.

$$\begin{aligned} \sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \sin 2x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x &= \\ = \sin x (\sin^2 x + \cos x) - 2 \cos x (\sin^2 x + \cos x) - 2 (\sin x + 2 \cos x) &= 0 \\ (\sin^2 x + \cos x) (\sin x - 2 \cos x) - 2 (\sin x + 2 \cos x) &= 0 \\ (\sin x - 2 \cos x) (\cos x + \sin^2 x - 2) &= 0 \end{aligned}$$

$$1. \cos x + \sin^2 x - 2 = 0.$$

$$\cos x + 1 - \cos^2 x - 2 = 0. \quad 3a = \cos x \Rightarrow$$

$$a - a^2 - 1 = 0.$$

$$a^2 - a + 1 = 0 \quad D = 1 - 4 \cdot 1 < 0 \Rightarrow$$

корней нет.

~~(sin x - 2 cos x)~~

$$\sin x - 2 \cos x = 0$$

$$\sin x = 2 \cos x$$

$$\tan x = 2.$$

$$x = \arctan(2) \pm \pi_n.$$

Ответ: $x = \arctan(2) \pm \pi_n, n \in \mathbb{Z}$

$$\cos x = 0 \text{ не решено.}$$

$$\text{т.к. } x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$(1-0)(0+1-2) = 0 \text{ не}$$

$$(1-0)(0+1-2) = 0 \text{ не}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №5.

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz \end{cases} \Rightarrow (z-1)(x+y) = 9z-6$$

$$x+y = \frac{9z-6}{z-1} = 3 + \frac{3}{z-1} \quad \text{так как } x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$x+y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3 + \frac{3}{z-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{3}{z-1} \in \mathbb{Z}$$

$$3 : \pm 3; \pm 1 \Rightarrow z = 4; -2; 0; 2$$

$$1. z=0 \Rightarrow \begin{cases} yx = 3x+2 \\ x+y = 6 \end{cases} \quad y = 6-x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 3; 2 \Rightarrow y = 3; 4$$

$$(1; 5; 0) \text{ и } (2; 4; 0)$$

$$2. z=2 : \begin{cases} (x+5)x = 32 \\ x(3-y) = 32 \\ x+y = -12 \end{cases} \Rightarrow \text{но } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$32 = 16 \cdot 2; 32 = 1 \cdot 32 \text{ не имеет в } \mathbb{Z} \text{ нет.}$$

$$3. z=-2 : \begin{cases} x(y-3) + 20 = 8 \\ x+y = 8 \end{cases} \Rightarrow (5-x)x = -12 \Rightarrow x(x-5) = -12 \Rightarrow$$

$$= 6 \cdot 12 = 14 \cdot 3 = 14 \cdot 11$$

$$\text{нет решений в } \mathbb{Z}$$

$$4. z=4 : x+y = 10$$

$$x(y-3) = 14$$

$$x(7-x) = 14$$

$$D = 7(7+8) \Rightarrow \sqrt{D} = 7$$

$$\text{нет. Ответ}$$

$$\text{нет в } \mathbb{Z} \Rightarrow$$

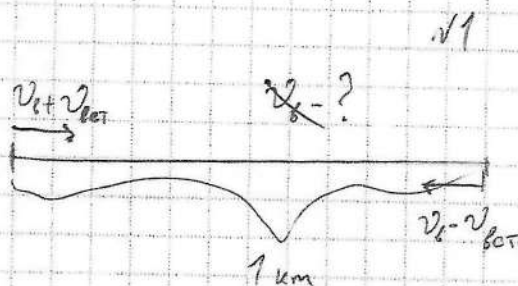
$$\text{Ответ: } (1; 5; 0) \text{ и } (2; 4; 0)$$

Задача №2.

$$x^5 + x + 1 = (x^5 + x^4 + x^3) - x^4 - x^3 - x^2 + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1) \quad \text{Мет. } (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

11. ~~Д. К. М. М.~~

$$\frac{1}{v_б + v_{вет}} = \frac{1}{20} ; \frac{1}{v_б - v_{вет}} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{v_б} = ?$$

$v_б$ - скорость велосипедиста

$v_{вет}$ - скорость, которую ветер добавляет велосипедисту

$$\begin{cases} \frac{1}{v_б + v_{вет}} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{v_б - v_{вет}} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_б + v_{вет} = 20 \\ v_б - v_{вет} = 12 \end{cases}$$

$$2v_б = 32 ; v_б = 16$$

Значит, что велосипедист за $\frac{1}{16}$ часа проедет 1 км

$$\frac{1}{16} \text{ ч} = \frac{60}{16} \text{ мин} = \frac{15}{4} \text{ мин} = 3,75 \text{ мин}$$

Ответ: 3,75 мин.

$$\begin{aligned} (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 &= x^3 + x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2 + 3xyz - x^3 - y^3 - z^3 = x^2y + x^2z + y^2x + \\ &+ y^2z + z^2x + z^2y + 3xyz = \\ (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 &= x^3 + y^3 + z^3 + 3xy^2 + 3xz^2 + 3x^2y + 3y^2z + 3x^2z + \\ &+ 3y^2x + 6xyz = 3(xy^2 + xz^2 + x^2y + yz^2 + x^2z + y^2x + 2xyz) \end{aligned}$$

Именно заметить, что:

$$xy^2 + xz^2 + x^2y + yz^2 + x^2z + y^2x + 2xyz = (x+y)(x+z)(y+z), \text{ тогда ответ очевиден;}$$

Ответ: $3(x+y)(x+z)(y+z)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№4

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad \sqrt{6,5}$$

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \quad \sqrt{42,25}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{15} \\ 3,75 \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{60} \\ 7,75 \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{84} \\ 9,17 \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{140} \\ 11,83 \end{array}$$

$$15 + 3,75 + 7,75 + 9,17 + 11,83 = 47,5$$

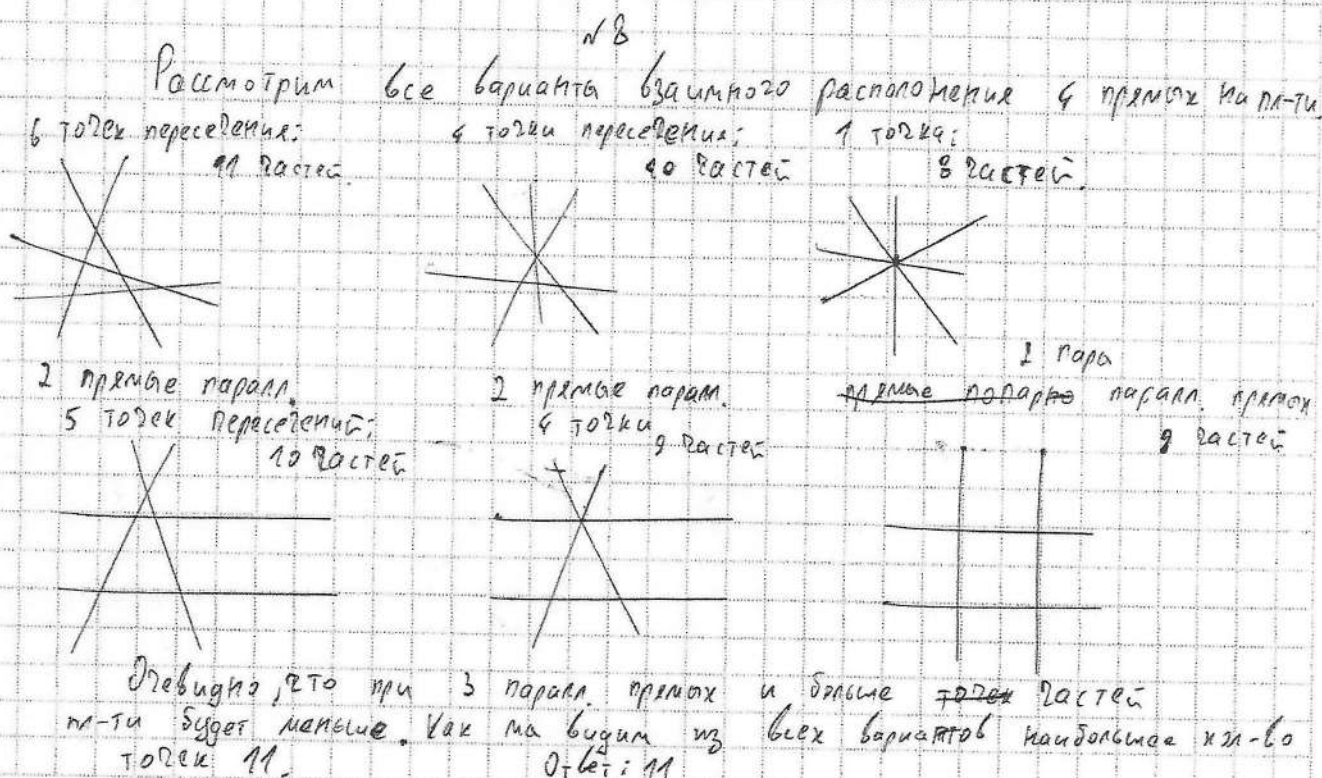
$$42,25 < 15 + 3,75 + 7,75 + 9,17 + 11,83 < 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$$

$$\downarrow$$

$$42,25 < 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$$

$$\downarrow$$

$$0+6+7: \quad 6,5 < \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} X^2 + YZ - YX - ZX = 3Z - 3X + 2 & (1) \\ 9X + Z + Y = 6 + XZ + YX & (2) \end{cases}$$

(2):

$$9X = 6 + (Y+Z)(X-1)$$

$$9X - XZ - XY = 6 - Z - Y$$

$$X(9 - Z - Y) = 6 - Z - Y$$

$$X = \frac{6 - Z - Y}{9 - Z - Y} = 1 - \frac{3}{9 - Z - Y}$$

$$\begin{cases} 9 - Z - Y = -3 \\ 9 - Z - Y = -1 \\ 9 - Z - Y = 1 \\ 9 - Z - Y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z + Y = 12 \\ Z + Y = 10 \\ Z + Y = 8 \\ Z + Y = 6 \end{cases}$$

*	**	***	****	
$\begin{cases} Z + Y = 12 \\ X = 2 \\ Y = 12 - Z \end{cases}$	$\begin{cases} Z + Y = 10 \\ X = 4 \\ Y = 10 - Z \end{cases}$	$\begin{cases} Z + Y = 8 \\ X = -2 \\ Y = 8 - Z \end{cases}$	$\begin{cases} Z + Y = 6 \\ X = 0 \\ Y = 6 - Z \end{cases}$	при этих условиях выполняется рав-во 2

Подставлю в уравнение 1 *

$$4 + 12Z - Z^2 - 2 \cdot 12 - 3Z + 6 \cdot 2 = 0; \quad Z^2 - 9Z + 12 = 0 \quad D = 81 - 48 = 33$$

нет целых Z,
* не подходит

Подставлю в уравнение 1 **

$$16 + 10Z - Z^2 - 4 \cdot 10 - 3Z + 12 \cdot 2 = 0; \quad Z^2 - 7Z + 14 = 0 \quad D = 49 - 56 = -7$$

нет целых Z,
** не подходит

Подставлю в уравнение 1 ***

$$4 + 8Z - Z^2 + 2 \cdot 8 - 3Z - 6 \cdot 2 = 0; \quad Z^2 - 5Z + 12 = 0 \quad D = 25 - 48 = -23$$

нет целых Z,
*** не подходит

Подставлю в уравнение 1 ****

$$6Z - Z^2 - 3Z - 2 = 0; \quad Z^2 - 3Z + 2 = 0; \quad \begin{cases} X = 0 \\ Y = 5 \\ Z = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} X = 0 \\ Y = 4 \\ Z = 2 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

ОДЗ:

$$\log_{|1-2x|} (3-x) \geq 1 ; \log_{|1-2x|} (3-x) \geq \log_{|1-2x|} |1-2x|$$

$$1-2x \neq \pm 1$$

$$1-2x \neq 0$$

$$x < 3$$

$$(|1-2x|-1)(3-x-|1-2x|) \geq 0$$

1) При $x < \frac{1}{2}$:

$$(1-2x-1)(3-x-1+2x) \geq 0$$

$$-2x(2+3x) \geq 0 ; -6x(x-\frac{2}{3}) \geq 0 ; -2x(2+x) \geq 0 ; 2x(x+1) \leq 0$$

2) При $x > \frac{1}{2}$:

$$(2x-1-1)(3-x-2x+1) \geq 0$$

$$2(x-1)(4-3x) \geq 0$$

$$-6(x-1)(x-\frac{4}{3}) \leq 0$$

ОДЗ:

$$x \in [-2; 0]$$

ОДЗ:

$$x \neq 1 ; x \neq 0 ; x \neq \frac{1}{2} ;$$

$$x < 3$$

ОГВЕТ: $x \in [-2; 0] \cup (1; \frac{4}{3}]$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

16

$$\cos^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$$

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$4 \sin^3 x = 3 \sin x - \sin 3x = 3 \sin x - \sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$$

$$\cos^3 x + \sin^2 x \cos x - 2 \cos x - 4 \sin x \cos x + 8 \sin x - 3 \sin x + \sin^2 x \cos x + \cos 2x \sin x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 2) + 2 \sin x \cos x (\cos x - 2) + \sin^3 x \cos x + 5 \sin x + 2 \cos^3 x \sin x - \sin x = 0$$

$$\cos x (1 + 2 \sin x) (\cos x - 2) + \sin x \cos x (\sin x + 2 \cos x) + 4 \sin x = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$$

$$\cancel{x^4} (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) = 0$$

↓

$$\begin{aligned} x^4 - x^3 \cdot x_1 - x^3 \cdot x_2 - x^3 \cdot x_3 - x^3 \cdot x_4 + x^2 \cdot x_1 x_2 + x^2 \cdot x_1 x_3 + x^2 \cdot x_1 x_4 + \\ + x^2 \cdot x_2 x_3 + x^2 \cdot x_2 x_4 + x^2 \cdot x_3 x_4 - x \cdot x_1 x_2 x_3 - x \cdot x_1 x_2 x_4 - x \cdot x_1 x_3 x_4 - \\ - x \cdot x_2 x_3 x_4 + \cancel{x^4} x_1 x_2 x_3 x_4 = 0 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned} x^4 - x^3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + x^2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4) - \\ - x(x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4) + \cancel{x^4} x_1 x_2 x_3 x_4 = 0 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = a \\ x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = -b \\ x_1 x_2 x_3 x_4 = 1 \end{cases} \quad x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

$$x_1 x_2 x_3 = \frac{1}{x_4}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = -b$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$y = x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1$$

$$y' = 4x^3 - 12x^2 + 2ax + b$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

✓1 Н. класс
 Вариант 3
 S_1 - поднимается в гору (участки одного типа суммарных длин)
 S_2 - спускается с горы
 $\frac{S_1}{30} + \frac{S_2}{60} + \frac{S_1}{60} + \frac{S_2}{30} = (S_1 + S_2) \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{60} \right) = (S_1 + S_2) \cdot \frac{1}{20} = 2$; т.е. длина пути $S_1 + S_2 =$
 $= 40$ Ответ: 40

✓2
 Пусть $x^2 - y^2 - x + 3y - 2 = (x+y+a)(x-y+b) = x^2 - y^2 + (a+b)x + (b-a)y + ba \Rightarrow$

$\Rightarrow a+b=-1, b-a=3, ab=-2 \Rightarrow b=1, a=-2$

$x^2 - y^2 - x + 3y - 2 = (x+y-2)(x-y+1)$

Ответ: $(x+y-2)(x-y+1)$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	0	+	0	+	+	+	5

✓4

$\sqrt{15 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}} = \sqrt{2 + 6 + 7 + 2\sqrt{12} + 2\sqrt{14} + 2\sqrt{42}} =$

$= \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7}$

$\sqrt{2} > 1,41; \sqrt{6} > 2,44; \sqrt{7} > 2,64 \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{7} > 6,49$

первое число больше второго числа

Ответ: первое число больше

✓6

Замена: $\sin x = a; \cos x = b$

$ab^3 - 2a^2b + 4ab^2 - 8ab - 2b^3 + 2ab - 4b^2 + 8b = 0 \quad | :2$

$b(b^2 - a^2 + 2ab - 4a + a + 4 - b^2 - 2b) = 0$

$a(b^2 - a + 2b - 4) - (b^2 + 2b - a - 4)b = 0$

$b(b^2 + 2b - a - 4)(a - 1) = 0$

$b = \cos x = 0, a = \sin x = 1, \cos^2 x + 2\cos x - \sin x - 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Последнее равенство будет, если $\cos^2 x = 1, \sin x = -1$, что невозможно

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 7

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq 1$$

$$\log_{1-x}(2x-1) \geq \log_{1-x}(1-x)$$

$$\leq$$

$$2x-1 \geq 1-x$$

$$x \leq \frac{2}{3}$$

$$OD3: 1-x > 0$$

$$1-x \neq 1$$

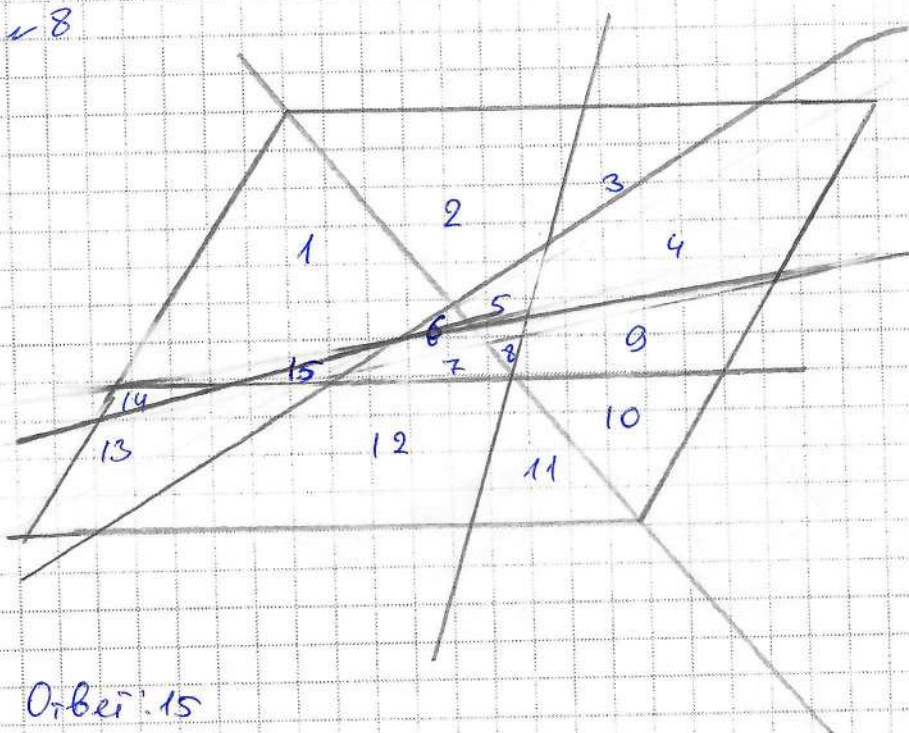
$$2x-1 > 0$$

$$\frac{1}{2} < x < 1$$

$$x < 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3}$$

№ 8



$$\text{Ответ: } 15$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 1

Вариант 2 11

	V	t	S
По ветру	$x+y$	3	1
Пр. ветру	$x-y$	5	1

 x - скорость лодки y - скорость течения

$$\begin{cases} 3(x+y) = 1 \\ 5(x-y) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+3y = 1 \\ 5x-5y = 1 \end{cases}$$

 $\Downarrow$

$$3x + 3y = 5x - 5y$$

$$2x = 8y$$

$$x = 4y$$

$$3(4y+y) = 1$$

$$15y = 1$$

$$y = \frac{1}{15}, \text{ тогда } x = \frac{4}{15}$$

$$t = \frac{1}{\frac{4}{15}} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ минуты} \quad \text{Ответ: } 3,75.$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	-	-	-	-	5

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №2

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 =$$

~~$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 =$$~~

$$((x+y)+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 =$$

$$(x+y)^3 + 3(x+y)^2 \cdot z + 3(x+y) \cdot z^2 + z^3 - x^3 - y^3 - z^3 =$$

$$(x+y)((x+y)^2 + 3(x+y) \cdot z + 3z^2) - (x+y)(x^2 - xy + y^2) =$$

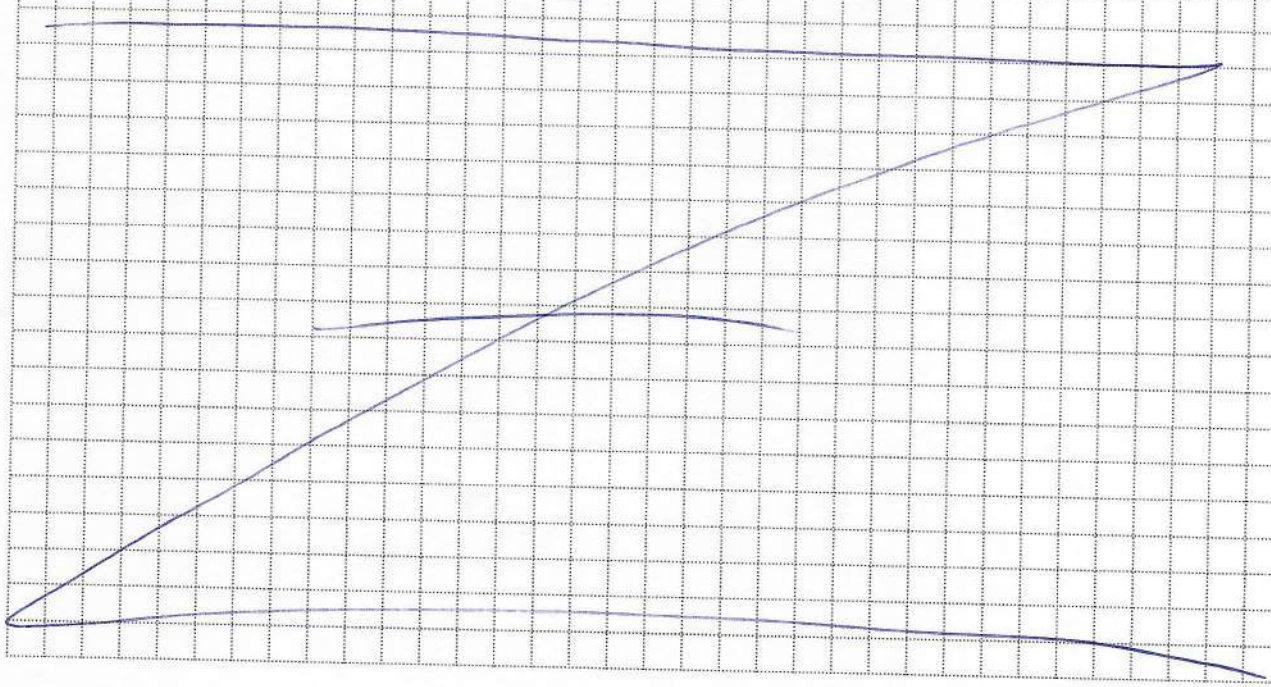
$$(x+y)(3xy + 3xz + 3yz + 3z^2) = 3(x+y)(x(y+z) + z(y+z)) =$$

$$= 3(x+y)(y+z)(x+z)$$

Ответ: $3(x+y)(y+z)(x+z)$

Задача №5

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + z \\ 3x + z + y = 6 + xz + yx \end{cases}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 3

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$$

Пусть x_1, x_2, x_3, x_4 — корни уравнения $\Rightarrow$

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = \text{[scribbled out]}$$

$$(x^2 - x_2)(x - x_1)(x + x_1) \neq x_2$$

$$= ((x^2 - x_1)(x - x_3)(x + x_3) \cdot x_4)$$

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 - (x_2 + x_1)x + x_1x_2)(x^2 - (x_3 + x_4)x + x_3x_4)$$

$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + 5x + 4 = (x^4 - (x_3 + x_4) \cdot x + x_3 \cdot x_4 \cdot x^2 - (x_2 + x_1) \cdot x^3 + (x_2 + x_1) \cdot (x_3 + x_4) \cdot x - x_3 \cdot x_4) \cdot (x + x_3 \cdot x_4)$$

$$\bullet (x_2 + x_3) = \cancel{1} +$$

$$+ x_1 \cancel{x_2} \cdot x^2 - x_1 \cancel{x_2} \cdot x^3$$

$$\bullet (x_3 + x_4) \cdot x + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1 \end{cases}$$
 Даны четыре положительных чисел. Вспомогательные средние геометрическая и среднее арифметическое неотрицательных чисел. Вспомогательные средние арифметическое и среднее геометрическое неотрицательных чисел. Вспомогательные средние арифметическое и среднее геометрическое неотрицательных чисел.

$$\sqrt[4]{\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}} = 1 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1, 10/199$$

из этого равенства найдем: $x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = (x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

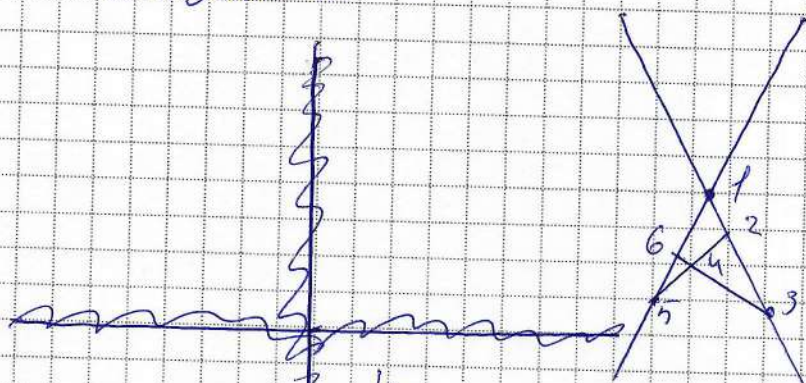
$$x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 4x + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 6 \quad b = -4$$

$\theta_{T \text{ left}} \quad a = 6$

$$b = -4$$

Задача № 8



Классификация из 4-х признаков, ^{связь} ~~первое~~
или один из них не порицает, ^{связь} ~~и~~
иной группой, ^{связь} ~~и~~ ^{связь} ~~и~~
3-ья группа.

Если где правые имеют место на 4 частях,
получили их 6 точек 1, 3 и 5 и получили 12 частей
Тогда на одну часть приходится 5600 при пересчете
 $3 \text{ и } 5 \Rightarrow$ площадь 4-х правых может быть 5600 разделена
на 12 частей

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №4

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \text{ и } 6,5$$

Рассмотрим числа $\sqrt{60}$, $\sqrt{84}$ и $\sqrt{140}$:

$$\sqrt{60} : \begin{array}{c} \sqrt{49} \quad \sqrt{64} \\ | \quad | \\ 7 \quad 8 \end{array} \Rightarrow \sqrt{60} \approx 7,7 \quad ??$$

$$\sqrt{84} : \begin{array}{c} \sqrt{81} \quad \sqrt{100} \\ | \quad | \\ 9 \quad 10 \end{array} \Rightarrow \sqrt{84} \approx 9,2 \quad ??$$

$$\sqrt{140} : \begin{array}{c} \sqrt{121} \quad \sqrt{144} \\ | \quad | \\ 11 \quad 12 \end{array} \Rightarrow \sqrt{140} \approx 11,8$$

Получим уравнение

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad \sqrt{15 + 7,7 + 9,2 + 11,8} \text{ и } 6,5$$

$$\sqrt{43,7} \text{ и } 6,5$$

Представим $6,5$ как $\sqrt{42,25}$, тогда

$$\sqrt{43,7} > \sqrt{42,25}$$

Ответ: левая часть неравенства больше.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6

$$\cos x + \frac{1}{2} \sin 2x \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$$

$$-\sin \cos^2 x + \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 4 \sin x \cdot \cos x + 8 \sin x = 0$$

$$\cos x \cdot (\cos x + \sin^2 x - 2) - 4 \sin x (\sin^2 x + \cos x - 2) = 0$$

$$(\sin^2 x + \cos x - 2)(\cos x - 4 \sin x) = 0$$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4$$

$$D < 0$$

Корней нет.

$$\cos x - 4 \sin x = 0$$

$$\cos x = 4 \sin x \quad | : \cos x$$

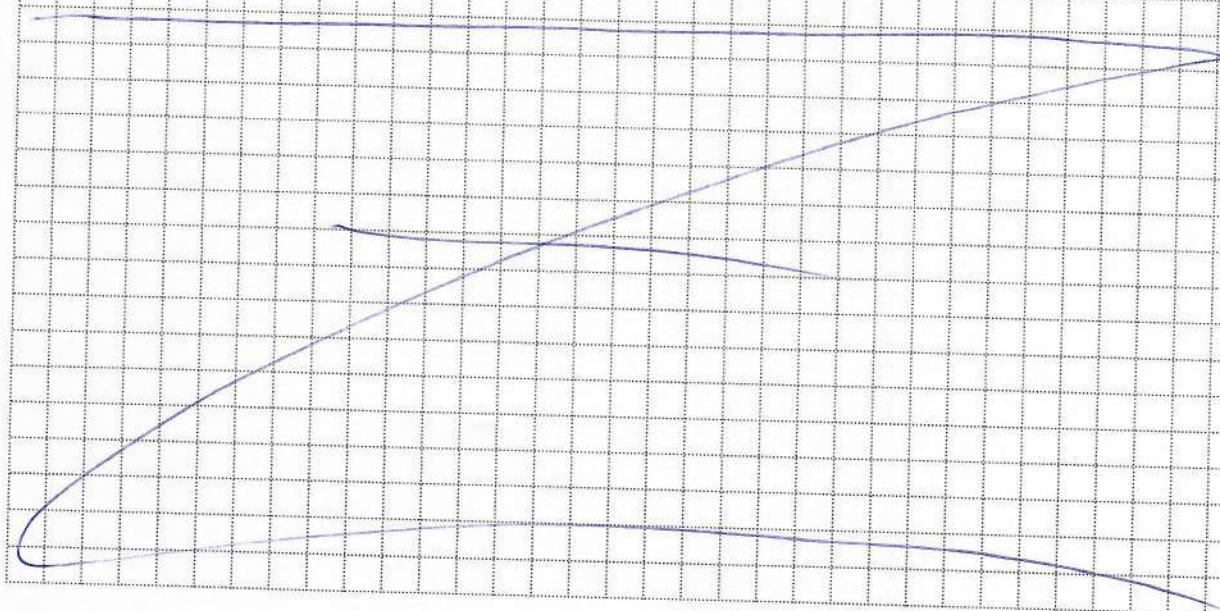
$$\tan x = \frac{1}{4}$$

$$\tan x = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} x = \arctan \frac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \arctan \frac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x = \arctan \frac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \pi + \arctan \frac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание № 7

$$\log_{|1-2x|}(3-x) \geq 1$$

$$\frac{\log_2(3-x)}{\log_2|1-2x|} - 1 \geq 0$$

Ограничения на x :

$$\begin{cases} 3-x > 0 \\ |1-2x| > 0 \\ |1-2x| \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x \neq 0,5 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (0; 0,5) \cup (0,5; 1) \cup (1; 3)$$

$$\frac{\log_2(3-x) - \log_2(1-2x)}{\log_2|1-2x|} \geq 0$$

Рассмотрим 1 случай

$$1-2x > 0$$

$$-2x > -1$$

$$x < \frac{1}{2}$$

$$|1-2x| = 1-2x$$

С учётом ограничений: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 0,5)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

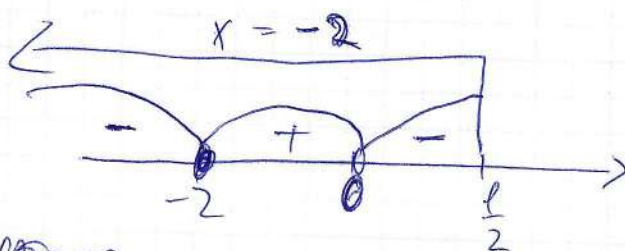
$$\frac{\log_2(3-x) - \log_2(1-2x)}{\log_2(1-2x)} \geq 0$$

Или числитель:

$$\log_2(3-x) = \log_2(1-2x)$$

$$(3-x) = (1-2x)$$

$$3-x = 1-2x$$



~~Решение~~

~~Решение~~ $x \in [-2; 0)$ - часть решения

Решим также второй случай

$$1-2x < 0$$

$$-2x < -1$$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$x \in (0,5; 1) \cup (1; 3)$$

$$\frac{\log_2(3-x) - \log_2(2x-1)}{\log_2(2x-1)} \geq 0$$

Или знаменатель:

$$\log_2(1-2x) = 0$$

$$\log_2(1-2x) = \log_2 1$$

$$1-2x = 1$$

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

Может быть так:

при $x = -1$

$$\frac{\log_2(3+1) - \log_2(1+2)}{\log_2(1+2)} = \frac{\log_2 4 - \log_2 3}{\log_2 3} > 0$$

Тогда: $|1-2x| = 2x-1$

Или числитель:

$$\log_2(3-x) = \log_2(2x-1)$$

$$3-x = 2x-1$$

$$x = \frac{4}{3}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

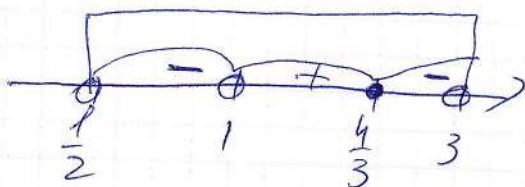
Задача

Или знаменателя

$$\log_2 (2x-1) = 0$$

$$2x-1=1$$

$$x=1$$



$$x \in (1; \frac{4}{3}]$$

Объединяя решения:

$$x \in [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$$

$$\text{Ответ: } [-2; 0) \cup (1; \frac{4}{3}]$$

7 баллов



ПАРУСА НАДЕЖДЫ - 2023

26 февраля 2023г. (очный тур)

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железнодорожского - г. Железнодорожский

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

9-10 кл.

№1 Пусть мальчиков было n , тогда девочек было $2n$, значит каждый мальчик даёт $2n(n-1)+1$ поцелуй, т.е. $2n+2n-1+1=3n$, все мальчики дадут $3n \cdot n=3n^2$ поцелуев, каждая девочка $(2n-1)+n+1$ т.е. $3n$ поцелуев, все девочки $3n \cdot 2n=6n^2$ поцелуев, значит всего $3n^2+6n^2=9n^2$

$$9n^2=900$$

$$n^2=100$$

$$n=10 \quad 10 \text{ мальчиков}$$

$$2 \cdot 10=20 \text{ девочек}$$

Ответ: 10 мальчиков, 20 девочек

$$15 \quad x^2+2x=y^4+y^2$$

$$x^2+2x+1=y^4+y^2+1$$

$$(x+1)^2=y^4+y^2+1$$

Значит y^4+y^2+1 должно быть полным квадратом, но это возможно только если $y=0$, т.к. y^4+y^2+1 не полный квадрат, тогда

$$(x+1)^2=1$$

$$(x+1)^2=1$$

$$x+1=1 \text{ или } x+1=-1$$

$$x=0 \text{ или } x=-2$$

Ответ: $(0;0), (-2;0)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№4 $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}$ и 5,3

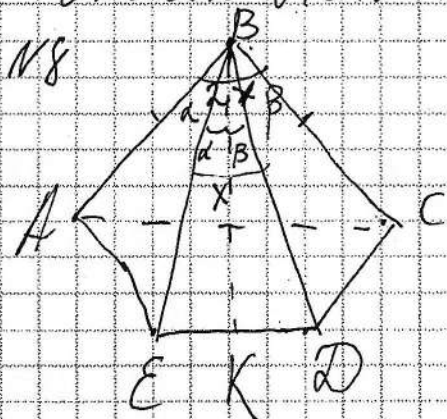
$\sqrt{60} > \sqrt{59,29} = 7,7$

$\sqrt{40} > \sqrt{39,61} = 6,3$

$\sqrt{24} > \sqrt{23,04} = 4,8$

$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > \sqrt{28,81} > \sqrt{28,09} = 5,3$

Ответ $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$



$2x = ?$

$\alpha + \beta = 2x +$

$\alpha + \beta = x$

Пусть K - это центр, тогда $\angle EBK = \alpha$

$\angle KBD = \beta$

тогда $BK \parallel AE$ и $CD \parallel BK \Rightarrow$

$AE \parallel CD$, но $AE = CD \Rightarrow AEDC$ параллелограмм
(по двум параллельным сторонам)

тогда $AC = ED \Rightarrow AC = AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$

равносторонний $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$

Ответ: 60°

№8 $(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3$

$(c-a)^3 + (b-c)^3 = ((c-a) + b-c)((c-a)^2 - (c-a)(b-c) + (b-c)^2)$
 $= (b-a)(c^2 - 2ac + a^2 - bc + c^2 + ab - c^2 + ab - ac + b^2 - bc + c^2) =$
 $= (b-a)(3c^2 + a^2 + b^2 - 3ac - 3bc + ab)(a-b) = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = (b-a)(2ab - a^2 - b^2)$, тогда получим

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(1-a)(3c^2+a^2+b^2-3ac-3bc+ab+2a^2-a^2)/(1-a)(3c^2-3ac-3bc+3ab)=3(b-a)(c^2-3ac-bc+a^2)=3(b-a)(c(c-a)-b(c-a))=3(b-a)(c-a)(c-b) \quad (+)$$

№3 $\varphi(x) = 2x + \frac{18\pi^2}{x} + \cos x$ на интервале $(0; 10)$

Исследуем функцию на монотонность и экстремумы.
Для этого найдем первую производную

$$\varphi' = 2 + \frac{18\pi^2}{x^2} + \cos x = 2 - \frac{18\pi^2}{x^2} - \sin x$$

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки (в которых $\varphi' = 0$)

~~Приравняем первую производную к нулю~~

$$2 - \frac{18\pi^2}{x^2} - \sin x = 0$$

Преобразуем: $\sin x = 2 - \frac{18\pi^2}{x^2}$

Найдем точки пересечения графиков функций $\sin x$ и $2 - \frac{18\pi^2}{x^2}$

$$\sin x = 2 \left(1 - \frac{9\pi^2}{x^2} \right) = 2 \left(1 - \left(\frac{3\pi}{x} \right)^2 \right)$$

$$\sin x = 2 \left(1 - \frac{3\pi}{x} \right) \left(1 + \frac{3\pi}{x} \right) \quad (+)$$

Получим, что на интервале $(0; 10)$, единств. решение будет $x = 3\pi$.

Определим знаки производ. в интервалах слева и справа от $x = 3\pi$, найдем точку экстремума.

$$\varphi(3\pi) = 2 \cdot 3\pi + \frac{18\pi^2}{3\pi} + \cos(3\pi) = 6\pi + 6\pi - 1 = 12\pi - 1$$

Ответ: $12\pi - 1$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6. $\frac{|x-1|-|x|}{2x-3-|x+1|} \leq 0$

Найдём модульные корни

$x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1,5, x_4 = -1$



1) При $x \leq -1$, получим

$\frac{-x+1-(-x)}{-2x+3+(x+1)} \leq 0; \frac{1}{4-x} \leq 0$

$\frac{1}{4-x} \geq 0, x > 4$, учтем $x \leq -1$
нет решений.

2) При $-1 < x \leq 0$, получим

$\frac{-x+1-(-x)}{-2x+3-x-1} \leq 0; \frac{1}{-3x+2} \leq 0$

$\frac{1}{-3x+2} \geq 0, x > \frac{2}{3}$, учтём $-1 < x \leq 0$

решений нет

3) При $0 < x \leq 1$, получим

$\frac{-x+1-x}{-2x+3-x-1} \leq 0; \frac{-2x+1}{-3x+2} \leq 0$

$\frac{x-\frac{1}{2}}{x-\frac{2}{3}} \leq 0$

тогда получим: $x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$

4) $\frac{x-1-x}{-2x+3-x-1} \leq 0$

$\frac{-1}{-3x+2} \leq 0$

$\frac{1}{x-\frac{2}{3}} \leq 0$

$x < \frac{2}{3}$



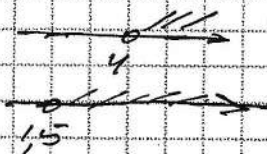
решений нет

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5) При $x > 1,5$, получим

$$\frac{x-1-x}{2x-3-x-1} \leq 0 \quad ; \quad \frac{1}{x-4} \leq 0$$

$$\frac{1}{x-4} \geq 0, \quad x > 4$$



тогда

$$x \in (4; +\infty)$$

$$\text{Ответ } \left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \cup (4; +\infty)$$

$$\text{№7. } \sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin^4 x + 6 \sin^2 x = 0$$

$$\sin^3 x - \sin x (\cos 2x + 2) - 6 \sin^3 x \cos x + 3 \sin^2 x \cos x + 6 \sin^2 x = 0$$

$$\sin^3 x - \sin x (\cos 2x + 2) - 6 \sin^3 x \cos x + 3 \sin^2 x (\cos x + 2) = 0$$

$$\sin^3 x - 6 \sin^3 x \cos x + (3 \sin^2 x - \sin x) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) + (3 \sin^2 x - \sin x) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) + \sin x (3 \sin^2 x - 1) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) + \sin x (3 \sin^2 x - 1) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) + \sin x (3 \sin^2 x - 1) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) - \sin x (1 - 6 \cos x) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin x (1 - 6 \cos x) (\sin^2 x - \cos 2x - 2) = 0$$

$$\sin x (1 - 6 \cos x) (\sin^2 x - 1 + 2 \sin^2 x - 2) = 0$$

$$\sin x (1 - 6 \cos x) (3 \sin^2 x - 3) = 0$$

Получаем 3 уравнения:

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$1) \sin x = 0$$

$$x_1 = \pi n$$

$$2) 1 - 6 \cos x = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{6}$$

$$x_2 = \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$$

$$x_3 = -\arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$$

$$3) 3 \sin^2 x - 3 = 0$$

$$\sin^2 x = 1$$

$$\sin x = \pm 1$$

$$x_4 = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

Ответ: $x_1 = \pi n$; $x_2 = \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$; $x_3 = -\arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$;
 $x_4 = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 1.

Вариант 1

9-10 классы

Обозначим кол-во мальчиков за M , а количество девочек за A .
Тогда по условию $A = 2M$. Посчитаем ~~какое~~ ~~каким~~ количество поклонов делает ~~всех~~ каждый мальчик и каждая девочка. Для мальчика: он делает 1 поклон директору, $M-1$ поклонов мальчикам и ~~2M~~ A поклонов девочкам.
Получается: $1 + (M-1) + A = M + 2M = 3M$

Для девочки: она делает 1 поклон директору, $A-1$ поклонов подругам и M поклонов мальчикам.

Получается: $1 + A - 1 + M = 2M + M = 3M$

Тогда суммарное кол-во поклонов равно:

$$M \cdot 3M + A \cdot 3M = 3M^2 + 2M \cdot 3M = 3M^2 + 6M^2 = 9M^2 = 900$$

$$\Rightarrow M^2 = 100 \quad \text{т.к. } M > 0 \Rightarrow M = \sqrt{100} = 10$$

$$A = 2M = 20$$

Ответ: 10 мальчиков и 20 девочек.

Задание 4.

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$$

Возведем обе части в квадрат
(или это можно сделать т.к. оба
числа ~~положительны~~ больше 0)
 $\Rightarrow$ Нам нужно сравнить

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 28,09$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 18,09$$

Заметим что $\sqrt{24} > 4,8$ т.к. $24 > 4,8^2 = 23,04$

$\sqrt{40} > 6,3$ т.к. $40 > 6,3^2 = 39,69$ $\sqrt{60} > 7,7$ т.к. $60 > 7,7^2 = 59,29$

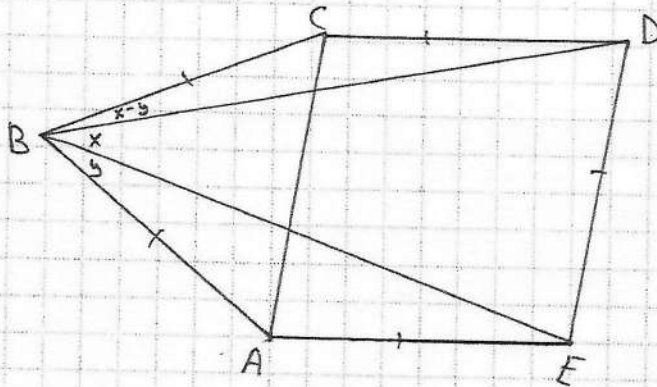
$$\Rightarrow \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 4,8 + 6,3 + 7,7 = 18,8 > 18,09 \Rightarrow \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$$

Ответ: $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 8.

Вариант 1



Пусть $\angle DBE = x$

$\Rightarrow \angle ABC = 2x$

Пусть $\angle ABE = y \Rightarrow \angle CBD = x - y$

$AB = AE \Rightarrow \angle ABE = \angle AEB = y$

$CB = CD \Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = x - y$

$\angle BCD = 180 - \angle CBD - \angle CDB = 180 + 2y - 2x$

$\angle BAE = 180 - \angle ABE - \angle AEB = 180 - 2y$

$\Rightarrow \angle BAE + \angle ABC + \angle BCD = 180 - 2y + 2x + 180 + 2y - 2x = 360$

Сумма углов в пятиугольнике равна $180 \cdot 3 = 540$

$\Rightarrow \angle CDE + \angle AED = 540 - 360 = 180$

$\Rightarrow CD \parallel AE \quad CD = AE = DE$

$\Rightarrow ACDE$ - ромб $\Rightarrow AC = CD = DE = AE$

$\Rightarrow AC = BC = AB$

$\Rightarrow \triangle ABC$ - равносторонний

$\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$

Ответ: $\angle ABC = 60^\circ$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6.

Вариант 1

$$\frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} \leq 0$$

Найдём ОДЗ: $|2x-3| = |x+1|$

1: $2x-3 = x+1 \quad x=4$

2: $2x-3 = -x-1 \quad x = \frac{2}{3}$

ОДЗ: $x \neq \frac{2}{3}; 4$.

Рассмотрим промежутки:

1: $x \geq 1,5 \Rightarrow \frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} = \frac{x-1-x}{2x-3-x-1} = \frac{-1}{x-4}$

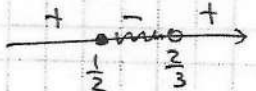
$\Rightarrow \frac{-1}{x-4} \leq 0 \Rightarrow x-4 > 0 \Rightarrow x > 4$

2: $1 \leq x < 1,5 \Rightarrow \frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} = \frac{x-1-x}{3-2x-x-1} = \frac{-1}{2-3x}$

$\Rightarrow \frac{-1}{2-3x} \leq 0 \Rightarrow 2-3x < 0 \Rightarrow 3x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{3}$ (но это решение не лежит в промежутке $[1; 1,5)$)

$\Rightarrow x \in \emptyset$

3: $0 \leq x < 1 \Rightarrow \frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} = \frac{1-x-x}{3-2x-x-1} = \frac{1-2x}{2-3x}$

$\Rightarrow \frac{1-2x}{2-3x} \leq 0$  $x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$

4: $-1 \leq x < 0 \Rightarrow \frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} = \frac{1-x+x}{3-2x-x-1} = \frac{1}{2-3x}$

$\Rightarrow \frac{1}{2-3x} \leq 0 \Rightarrow 2-3x < 0 \Rightarrow 3x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{3}$ (но это решение не лежит в промежутке $[-1; 0)$)

$\Rightarrow x \in \emptyset$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 6 (продолжение)

Вариант 1

$$5: \quad x < -1 \Rightarrow \frac{|x-1|-|x|}{|2x-3|-|x+1|} = \frac{1-x+x}{3-2x+x+1} = \frac{1}{4-x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4-x} \leq 0 \Rightarrow 4-x < 0 \Rightarrow x > 4 \quad (\text{но это решение не лежит в промежутке } (-\infty; -1))$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

Мы разобрали все возможные промежутки для x и получили решение $x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$

$$\text{Ответ: } x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$$

Задание 2.

$$\begin{aligned} (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= b^3 - c^3 + 3bc^2 - 3b^2c + c^3 - a^3 + 3ca^2 - 3c^2a + \\ &+ a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b = 3(bc^2 + ca^2 + ab^2 - b^2c - c^2a - a^2b) = \\ &= 3(c^2(b-a) + ab(b-a) - c(b^2 - a^2)) = \\ &= 3(b-a)(c^2 + ab - bc - ca) = 3(b-a)(c-b)(c-a) \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 = 3(b-a)(c-b)(c-a)$$

Задание 7.

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\frac{3}{2} \sin 4x = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x = 3 \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$\frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 3 \sin 2x \cos 2x + 6 \sin 2x = 3 \sin 2x (\cos 2x + 2) =$$

$$= 6 \sin x \cos x (2 \cos^2 x + 1) = 6 \sin x \cos x (3 \cos^2 x + \sin^2 x) =$$

$$= 18 \sin x \cos^3 x + 6 \sin^3 x \cos x$$

$$\Rightarrow \sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x =$$

$$= \sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x + 18 \sin x \cos^3 x = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 7 (продолжение).

Вариант 1

$$\sin x \cos 2x = \sin x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \sin x \cos^2 x - \sin^3 x$$

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x + 18 \sin x \cos^3 x = 2 \sin^3 x - \sin x \cos^2 x - 2 \sin x + 18 \sin x \cos^3 x = 0$$

$$2 \sin^3 x - 2 \sin x = 2 \sin x (\sin^2 x - 1) = -2 \sin x \cos^2 x$$

$$2 \sin^3 x - \sin x \cos^2 x - 2 \sin x + 18 \sin x \cos^3 x = 18 \sin x \cos^3 x - 3 \sin x \cos^2 x = 3 \sin x \cos^2 x (6 \cos x - 1) = 0$$

$\Rightarrow$ Если 3 случая:

$$1: \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi n \quad (n - \text{целое число})$$

$$2: \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad (k - \text{целое число})$$

$$3: 6 \cos x - 1 = 0 \quad \cos x = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m \quad (m - \text{целое число})$$

$$\text{Ответ: } x = \pi n; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k; \quad x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m$$

Задача 5.

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = y^4 + y^2 + 1$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = (y^2+1)^2 - y^2$$

$$\Rightarrow y^2 = (y^2+1)^2 - (x+1)^2 = (y^2-x)(y^2+x+2)$$

Если $y \neq 0$, то заметим, что $y^2+x+2 > y^2$ и $y^2 > 0$ и y^2-x - целое число, но тогда никак не может быть, что $(y^2-x)(y^2+x+2) = y^2$

$$\Rightarrow y = 0 \Rightarrow (y^2-x)(y^2+x+2) = -x(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \text{либо } x = 0 \quad \text{либо } x = -2$$

$$\text{Ответ: } x = 0; y = 0; \quad x = -2; y = 0.$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант №1

9-10 кл

Задача №1

Пусть количество мальчиков в классе равно n ,
тогда количество девочек — $2n$.

Посчитаем поцелуи, которые делают мальчики:

— каждый мальчик делает поцелуй другу — это n поцелуев.

— каждому из своих товарищей — это

$$A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1) = n^2 - n \text{ поцелуев}$$

— каждый девочка — это $n \cdot 2n = 2n^2$ поцелуев

Посчитаем поцелуи, которые делают девочки:

— каждая девочка делает ~~другу~~ поцелуй другу — это $2n$ поцелуев

— каждой из своих подружек — это

$$A_{2n}^2 = \frac{(2n)!}{(2n-2)!} = 2n(2n-1) = 4n^2 - 2n \text{ поцелуев}$$

— каждой мальчику — это $2n \cdot n = 2n^2$ поцелуев

Итого кол-во поцелуев всего:

$$n + n^2 - n + 2n^2 + 2n + 4n^2 - 2n + 2n^2 = 900$$

$$9n^2 = 900$$

$$n^2 = 100$$

$$n = 10$$

20 девочек

Ответ: 10 мальчиков

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №2

$$\begin{aligned}
 (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= (b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3) + \\
 &+ (c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3) + (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = \\
 &= (3ab^3 - 3a^2b) + (3c^2b - 3c^2a) - 3c(b^2 - a^2) = \\
 &= 3ab(b-a) + 3c^2(b-a) - 3c(b-a)(b+a) = \\
 &= 3(b-a)(ab + c^2 - c(b+a)) = 3(b-a)(ab - cb + \\
 &+ c^2 - ac) = 3(b-a)(b(a-c) - c(a-c)) = \\
 &= 3(b-a)(b-c)(a-c)
 \end{aligned}$$

(+)

Ответ: $3(b-a)(b-c)(a-c)$

Задача №3

Исследовать ф-цию на экстремумы и монотонность.
Для этого найдем первую производную ф-ции:

$$y' = \left(2x + \frac{18\pi^2}{x} + \cos x \right)' = 2 - \frac{18\pi^2}{x^2} - \sin x$$

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки ($y' = 0$)

$$2 - \frac{18\pi^2}{x^2} - \sin x = 0$$

$$\sin x = 2 - \frac{18\pi^2}{x^2}$$

$$\sin x = 2 \left(1 - \frac{3\pi^2}{x^2} \right) = 2 \left(1 - \left(\frac{3\pi}{x} \right)^2 \right)$$

$$\sin x = 2 \left(1 - \frac{3\pi}{x} \right) \left(1 + \frac{3\pi}{x} \right)$$

Получаем, что на интервале $(0; 10)$ единственным корнем будет $x = 3\pi$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Определим знаки производных в интервалах слева и справа от 3π во второй точке слева от 3π , например 1:

$$y' = 2 - \frac{18\pi^2}{1^2} - \sin 1 = 2 - 18 \cdot 3,14^2 - \sin 1 < 0$$

Знаки справа от 3π производная положительна, а знаки ф-ции $y(x)$ имеет в точке минимум.

$$y(3\pi) = 2 \cdot 3\pi + \frac{18\pi^2}{3\pi} + \cos(3\pi) = 6\pi + 6\pi - 1 = 12\pi - 1$$

Ответ: $12\pi - 1$

Задача №4

Преобразуем выражение слева:

$$\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{2+3+5+2\sqrt{6}+2\sqrt{10}+2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

$$\text{Т.к. } \sqrt{2} > 1,4$$

$$\sqrt{3} > 1,7$$

$$\sqrt{5} > 2,2$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} > 1,4 + 1,7 + 2,2 = 5,3$$

Ответ: $\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 5,3$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание №5

Решите квадратное уравнение относительно x :

$$x^2 + 2x - y^4 - y^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + y^4 + y^2$$

$$x = -1 \pm \sqrt{y^4 + y^2 + 1}$$

Выражение $y^4 + y^2 + 1$ не является полным квадратом, поэтому единственное целое значение корня $\sqrt{y^4 + y^2 + 1}$ достигается при $y = 0$, тогда

$$x = -1 \pm 1$$

Итого всевозможные целочисленные решения:
 $(0; 0), (-2; 0)$

Ответ: $(0; 0), (-2; 0)$

Задание №6

$$\frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} \leq 0$$

Найдём критические точки, для этого приравняем числитель и знаменатель к 0:

$$|x-1| - |x| = 0$$

$$|x-1| = |x|$$

$$|2x-3| - |x+1| = 0$$

$$|2x-3| = |x+1|$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x-1=x$$

$$-1=0$$

нет корней

$$|x-1| = |x|$$

+

$$x-1=-x$$

$$2x=1$$

$$x=\frac{1}{2}$$

$$2x-3=x+1$$

$$x=4$$

$$2x-3=x-1$$

$$3x=2$$

$$x=\frac{2}{3}$$

$$|2x-3| = |x+1| + \frac{1}{2}$$

$$+\frac{2}{3}$$

$$-\frac{4}{3}$$

$$+\frac{1}{2}$$

Ответ: $x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$

Задача №7

$$\sin^3 x - \sin x \cdot \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cdot \cos x + \frac{3}{2} \sin^4 x + 6 \sin 2x = 0$$

Преобразуем выражение

$$\sin^3 x - \sin x (\cos 2x + 2) - 6 \sin^3 x \cdot \cos x + 3 \sin 2x \cdot \cos x + 6 \cdot \sin 2x = 0$$

$$\sin^3 x - \sin x (\cos 2x + 2) - 6 \sin^3 x \cdot \cos x + 3 \sin 2x \cdot \cos x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\sin^3 x - 6 \sin^3 x \cos x + (3 \sin 2x - \sin x) (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\sin x (1 - 6 \cos x) (\sin^2 x - \cos 2x - 2) = 0$$

$$\sin x (1 - 6 \cos x) (3 \sin^2 x - 3) = 0$$

Получаем три уравнения:

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1) $\sin x = 0$

$x_1 = \pi n$

2) $1 - 6 \cos x = 0$

$\cos x = \frac{1}{6}$

$x_2 = \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$

$x_3 = -\arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$

3) $3 \sin^2 x - 3 = 0$

$\sin^2 x = 1$

$\sin x = \pm 1$

$x_4 = \frac{\pi}{2} + \pi n$

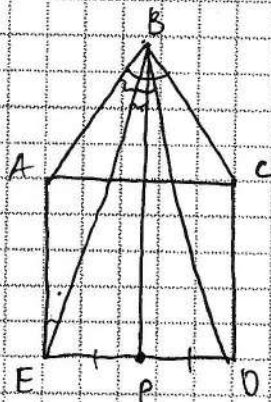
Ответ: $x_1 = \pi n$

$x_2 = -\arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$

$x_3 = \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$

$x_4 = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задача №3



т.к. $\angle EBD = \frac{\angle ABC}{2}$, то $\angle EBD =$

$= \angle ABE + \angle CBD$, тогда на стороне

ED мы можем взять точку P,

такую, что $EP = PD$ и

$\angle EBP = \angle ABE = \angle AED$, т.к. $AB = AE$

(по условию), то $\triangle ABE$ - равнобедрен и

$\angle ABE = \angle AED$. Т.к. $\angle EBP = \angle ABE$,

как накрест лежащие при сеч. EB, то $AE \parallel BP$

$\angle PBD = \angle EBD - \angle EBP = \angle CBD = \angle BDC$ ($\angle CBD = \angle BDC$)

т.к. $\triangle CBP$ - равнобедр. (ведь $BC = CP$), то углы

$\angle BDC$ и $\angle PBD$ равны как накрест лежащие и $\Rightarrow BP \parallel CD \Rightarrow$

$CP \parallel AE$ и т.к. по условию $AE = CP$, то $AEDP$ - паралле-

грамм $\Rightarrow AC = ED$ и $\Rightarrow AC = AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ -

равносторонний и $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

9-10 класс

1. Пусть x - мальчиков, тогда $2x$ - девочек.

$x(x-1)$ - поклоны товарищам

$2x(2x-1)$ - поклоны подружкам

x - поклоны директору от
мальчиков

$2x$ - поклоны директору от
девочек

$x \cdot 2x$ - поклоны девочкам

$2x \cdot x$ - поклоны мальчикам

Получаем уравнение:

$$x(x-1) + 2x(2x-1) + x + 2x + 2(2x \cdot x) = 900$$

$$x^2 - x + 4x^2 - 2x + 3x + 4x^2 = 900$$

$$x^2 + 4x^2 + 4x^2 = 900$$

$$9x^2 = 900$$

$$x^2 = 100$$

$x = 10$ - мальчиков, тогда девочек $10 \cdot 2 = 20$

Ответ: 10 мальчиков; 20 девочек.

$$\begin{aligned} 2. (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= (b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3) + (c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3) + \\ &+ (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = -3b^2c - 3c^2a - 3a^2b + 3bc^2 + 3ca^2 + 3ab^2 = \\ &= 3(-b^2c - c^2a - a^2b + bc^2 + ca^2 + ab^2) = \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} (b-c)(c-a)(a-b) &= (bc - ab - c^2 + ca)(a-b) = bca - b^2c - a^2b + ab^2 - \\ &- c^2a + c^3b + ca^2 - cba = -b^2c - c^2a - a^2b + bc^2 + ca^2 + ab^2 \end{aligned} \right\}$$

$$= 3(b-c)(c-a)(a-b)$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

4. $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \sim 5,3$

$$\sqrt{16} < \sqrt{24} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{24} < 5 \Rightarrow \sqrt{24} \approx 5$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$$

$$6 < \sqrt{40} < 7 \Rightarrow \sqrt{40} \approx 6$$

$$\sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64}$$

$$7 < \sqrt{60} < 8 \Rightarrow \sqrt{60} \approx 8$$

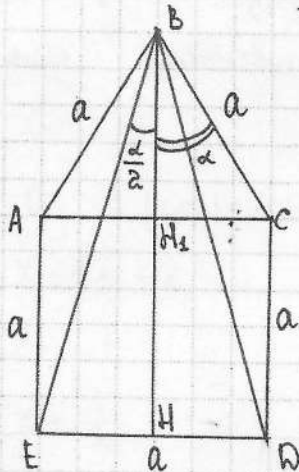
$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{10 + 6 + 5 + 8} = \sqrt{29}$$

$$5,3 = \sqrt{28,09}$$

$$\sqrt{29} > \sqrt{28,09} \Rightarrow \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$$

Ответ: $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$

5.



Дано: ABCDE - неправильный 5-угольник.

$$AB = BC = CE = DE = EA = a$$

$$\angle ABC = 2 \cdot \angle DBE$$

Найти:

$$\angle ABC - ?$$

Решение:

1. Пусть $\angle DBE = \alpha$, тогда $\angle ABC = 2\alpha$.

2. Проведём высоту BH. $\Rightarrow$ BH - биссектриса, высота и медиана по св-ву равнобедренного тр-ка.

3. В $\triangle ABC$:

1) $\triangle ABC$ - равносторонний по условию.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$2) \angle ABH = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$$

$$AC = a \Rightarrow AH_1 = \frac{a}{2}$$

$$AB = a$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{AH_1}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABC = 2 \cdot \alpha = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

Ответ: 60°

$$6. \frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} \leq 0$$

$$y = \frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|}$$

$$\text{н.р. } |x-1| - |x| = 0$$

$$|x-1| = |x|$$

$$\text{м.р. } |2x-3| - |x+1| = 0$$

$$|2x-3| = |x+1|$$

Модули равны друг другу, если выражения под модулем равны или противоположны.

$$1) x-1 = x$$

$$0 = -1 \text{ (решений нет)}$$

$$2) x-1 = -x$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$1) 2x-3 = x+1$$

$$x = 4$$

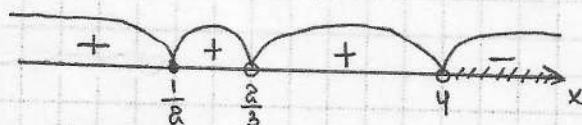
$$2) 2x-3 = -(x+1)$$

$$2x-3 = -x-1$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

По методу интервалов:



Ответ: $(4; +\infty)$

$$x \in (4; +\infty)$$

потеряно решение

$$x \in [\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$7. \sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin^4 x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) + 3 \sin 2x (\cos 2x + 2) - \sin x (\cos 2x + 2) = 0$$

$$(\cos 2x + 2)(3 \sin 2x - \sin x) + \sin^3 x (1 - 6 \cos x) = 0$$

$$(\cos 2x + 2)(6 \cos x \sin x - \sin x) + \sin^3 x (1 - 6 \cos x) = 0$$

$$\sin x (\cos 2x + 2)(6 \cos x - 1) - \sin^3 x (6 \cos x - 1) = 0$$

$$(6 \cos x - 1)(\sin x (\cos 2x + 2) - \sin^3 x) = 0$$

$$\sin x (6 \cos x - 1)(\cos 2x + 2 - \sin^2 x) = 0$$

$$\sin x (6 \cos x - 1)(\cos 2x + 2 - \frac{1 - \cos 2x}{2}) = 0$$

$$\sin x (6 \cos x - 1)(\frac{2 \cos 2x + 4 - 1 + \cos 2x}{2}) = 0$$

$$\sin x (6 \cos x - 1)(\frac{3 \cos 2x + 3}{2}) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \end{cases}$$

$$6 \cos x - 1 = 0$$

$$\frac{3 \cos 2x + 3}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{6}$$

$$\cos 2x = -1$$

$$\begin{cases} x = \pi n \end{cases}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$



Ответ: πn ; $\frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$ при $n \in \mathbb{Z}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №1 В-1 10 класс

Решение: пусть мальчиков будет x , тогда девочек будет $2x$

Количество поклонов у мальчиков будет равняться $x + x \cdot (x-1) + x \cdot 2x =$
 $= x + x^2 - x + 2x^2 = 3x^2$

Количество поклонов у девочек будет равняться $2x + 2x \cdot (2x-1) + 2x \cdot x =$
 $= 2x + 4x^2 - 2x + 2x^2 = 6x^2$

Тогда всего поклонов у мальчиков и у девочек $3x^2 + 6x^2 = 900$

$$9x^2 = 900$$

$$x^2 = 100$$

$x = 10$ - мальчиков было в школе
 $10 \cdot 2 = 20$ - девочек было в школе

Ответ: 10 мальчиков и 20 девочек

(+)

5 баллов
реш

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача: №2

Решение:

$$\begin{aligned}(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= b^3 - 3b^2c + 3c^2b - c^3 + \\ &+ c^3 - 3c^2a + 3a^2c - a^3 + a^3 - 3a^2b + 3b^2a - b^3 = \\ &= 3c^2b - 3b^2c + 3a^2c - 3c^2a + 3b^2a - 3a^2b = \\ &= 3(c^2b - b^2c + a^2c - c^2a + b^2a - a^2b) = \\ &= 3 \cdot (c^2(b-a) + ab(b-a) - c(b-a)(b+a)) = \\ &= 3 \cdot (b-a) \cdot (c^2 + ab - cb - ca) = \\ &= 3 \cdot (b-a) \cdot (c \cdot (c-b) - a \cdot (c-b)) = \\ &= 1 \cdot (b-a) \cdot (c-b) \cdot (c-a)\end{aligned}$$

Ответ: $3 \cdot (b-a) \cdot (c-b) \cdot (c-a)$ (+)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №5

Решение: $x^2 + 2x = y^4 + y^2$

$$x^2 + 2x + 1 - 1 = y^4 + y^2$$

$$(x+1)^2 - 1 = y^4 + y^2$$

$$(x+1)^2 = y^4 + y^2 + 1$$

$$(x+1)^2 = y^4 + y^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 1$$

$$(x+1)^2 = \left(y^2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$(x+1)^2 - \left(y^2 + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\cancel{(x+1)^2} \left(x+1 - y^2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x+1 + y^2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \quad | \cdot 4$$

умножим обе части на 4

$$4(x+1 - y^2 - \frac{1}{2}) \cdot (x+1 + y^2 + \frac{1}{2}) = 3$$

$$2 \cdot (x+1 - y^2 - \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot (x+1 + y^2 + \frac{1}{2}) = 3$$

$$2 \cdot (x - y^2 + \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot (x + y^2 + \frac{3}{2}) = 3$$

$$(2x - 2y^2 + 1) \cdot (2x + 2y^2 + 3) = 3$$

т.к. нам нужно решить это уравнение в целых числах, то мы будем иметь 4 системы.

$$1) \begin{cases} 2x - 2y^2 + 1 = 3 \\ 2x + 2y^2 + 3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 2y^2 + 1 = 3 \\ 4x + 4 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 2y^2 = 2 \\ 4x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y^2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \cdot 0 - 2y^2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2y^2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

- не может быть

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №5 (продолжение)

$$2) \begin{cases} 2x - 2y^2 + 1 = 1 \\ 2x + 2y^2 + 3 = 3 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y^2 = 0 \\ 4x + 4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y^2 = 0 \\ 4x = 0 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y^2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \begin{cases} 2 \cdot 0 - 2y^2 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y^2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \begin{cases} y^2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x - 2y^2 + 1 = -3 \\ 2x + 2y^2 + 3 = -1 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y^2 = -4 \\ 4x + 4 = -4 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y^2 = -4 \\ 4x = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y^2 = -4 \\ x = -2 \end{cases} \begin{cases} -4 - 2y^2 = -4 \\ x = -2 \end{cases} \begin{cases} -2y^2 = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x - 2y^2 + 1 = -1 \\ 2x + 2y^2 + 3 = -3 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y^2 = -2 \\ 4x + 4 = -4 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y^2 = -2 \\ 4x = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y^2 = -2 \\ x = -2 \end{cases} \begin{cases} -4 - 2y^2 = -2 \\ x = -2 \end{cases} \begin{cases} -2y^2 = 2 \\ x = -2 \end{cases} \begin{cases} y^2 = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

— не может быть

Ответ: 1) (0; 0)
2) (-2; 0)

(+)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №6

Решение: $\frac{|x-1|-|x|}{|2x-3|-|x+1|} \leq 0,$

т.к. $|a|-|b|$ одного знака с a^2-b^2 , то эту неравенству равносильно

$$\frac{(x-1)^2 - x^2}{(2x-3)^2 - (x+1)^2} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1 - x^2}{4x^2 - 12x + 9 - x^2 - 2x - 1} \leq 0$$

$$\frac{1 - 2x}{3x^2 - 14x + 8} \leq 0 \quad | \cdot -1$$

~~2x~~ домножим неравенство на -1

$$\frac{2x-1}{3x^2-14x+8} \geq 0$$

$$\frac{2(x-0,5)}{3(x-\frac{2}{3})(x-4)} \geq 0 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x-0,5)}{3(x-\frac{2}{3})(x-4)} \geq 0 \quad | \cdot 3$$

$$\frac{(x-0,5)}{(x-\frac{2}{3})(x-4)} \geq 0$$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$D = 196 - 96 = 10^2$$

$$x_1 = \frac{14+10}{6} = 4$$

$$x_2 = \frac{14-10}{6} = \frac{2}{3}$$



Ответ: $x \in [0,5; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №4

Решение:

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \sqrt{5,3}$$

возведём обе части в квадрат

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \sqrt{28,09}$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \sqrt{28,09} - 10$$

$$2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} \sqrt{18,09}$$

$$2 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \sqrt{18,09} \cdot \frac{1}{2}$$

умножим обе части на $\frac{1}{2}$

$$\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15} \sqrt{9,045}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{10} \sqrt{9,045} - \sqrt{15}$$

возведём обе части в квадрат

$$6 + 2\sqrt{60} + 10 \sqrt{81,812025} - 18,09 \sqrt{15} + 15$$

$$2\sqrt{60} \sqrt{81,812025} - 6 - 10 + 15 - 18,09 \sqrt{15}$$

$$4\sqrt{15} \sqrt{81,812025} - 6 - 10 + 15 - 18,09 \sqrt{15}$$

$$4\sqrt{15} + 18,09 \sqrt{15} \sqrt{80,812025}$$

$$22,09 \sqrt{15} \sqrt{80,812025}$$

возведём обе части в квадрат

$$22,09 \cdot 22,09 \cdot 15 \sqrt{80,812025} \cdot 80,812025$$

$$\begin{array}{r} \times 5,3 \\ 5,3 \\ \hline 15,9 \\ 265 \\ \hline 28,09 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 9,045 \\ 9,045 \\ \hline 81,812025 \\ 81,812025 \\ \hline 81,812025 \end{array}$$

Место проведения РУТ (МИИТ) - г. Москва

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 14 (продолжение)

$$22,09 \cdot 22,09 \cdot 15 \sqrt{80,812025 \cdot 80,812025}$$

$$7319,5215 \sqrt{80,812025 \cdot 80,812025}$$

заменим правую часть на 81.81

$$7319,5215 \sqrt{81.81}$$

$$7319,5215 \cdot 6561$$

$$81 \Rightarrow 80,812025, \text{ значит}$$

$$81 \cdot 81 \Rightarrow 80,812025 \cdot 80,812025,$$

тогда

$$7319,5215 \Rightarrow 80,812025 \cdot 80,812025,$$

тогда возвращаясь в начало

можно сказать, что

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \geq 5,3$$

Ответ: $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \geq 5,3$



$$\begin{array}{r} 2209 \\ \times 2209 \\ \hline 19881 \\ 4418 \\ 4418 \\ \hline 4879681 \\ \times 15 \\ \hline 73195215 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \sqrt{81} \\ \hline 81 \\ \hline 648 \\ \hline 6561 \end{array}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 17

Решение:

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0, \text{ далее группировав}$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) - \sin x (2 + \cos 2x) + \frac{3}{2} \sin 2x (\sin 2x + 4) = 0$$



Задача 18

Решение:

рассмотрим

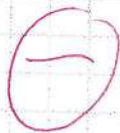
1) $\triangle BCD$; ак р(д).

пусть углы при

основании будут равны x .

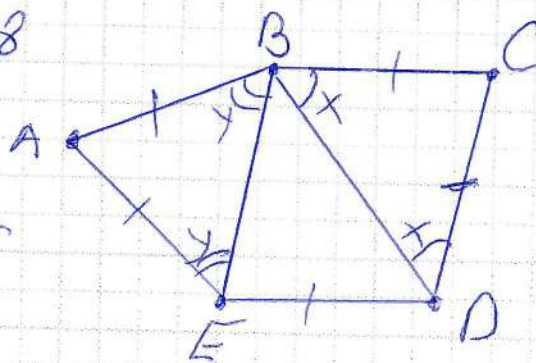
2) рассмотрим $\triangle BAE$, ак р(д), пусть углы при основании равны y .

Задача решается через множество? равнобедренных $\triangle$.



Дано:

$$\angle ABC = 2 \cdot \angle DBE$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

9-10 кл

Задача 1.

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

Ответ: знаки „-“ поставит между 3 и 4, 5 и 6, а знак „+“ поставит между 7 и 8.

Задача 2.

Запомним, что $x^5 + x + 1$ — возрастающая функция (так является сумма 2-х возраст. функций и константы), поэтому она имеет 1 корень.

Тогда множителями будут выражения $(x-a)$ и $(x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4 + 1)$, где a — корень уравнения $x^5 + x + 1 = 0$. Запомним, что при переумножении данных скобок получается нужное выражение.

Пусть $f(x) = x^5 + x + 1$, тогда $f(0) = 1 > 0$, $f(-1) = -1 < 0$, т.е. $a \in (-1; 0)$, т.е. a лежит в промежутке от -1 до 0 .

Задача 3.

Чтобы определить знак $\sqrt{3}$, нужно сравнить $\sqrt{3}$ с $\frac{1}{2}$, 1 , $\frac{3}{2}$, 2 , чтобы определить, в какой четверти находится $\sqrt{3}$ на тригонометр. окружности.



Запомним, что $\sqrt{3} < 2$, т.е. $\sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$, а $1 > \frac{1}{2}$.

Докажем, что $\sqrt{3} > \frac{1}{2}$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{3} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3 > \frac{1^2}{4} \Leftrightarrow 12 > 1^2 - \text{верно, т.к.}$$

(обе части
полюбили)

$$1 < 3,2 \Leftrightarrow 1^2 < 3,2^2 = 10,24 < 12$$

(обе части
полюбили)

П.к. $\sqrt{3} > \frac{1}{2}$, $\sqrt{3} < 1$, то $\sqrt{3}$ лежит во II четверти, тогда $\cos \sqrt{3} < 0$, т.е. знак отрицательный.

Ответ: знак "-".

Задача 4.

Докажем, что $15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} = (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^2$.

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^2 = 3 + 5 + 7 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{35} + 2\sqrt{21} = 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$$

Потому $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ (т.к. суммируя корни получаем левую часть).

Значит, надо сравнить $\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ и 6,5.

$$\sqrt{3} > \sqrt{2,89} = 1,7; \quad \sqrt{5} > \sqrt{4,64} = 2,2; \quad \sqrt{7} > \sqrt{6,89} = 2,6$$

Потому $\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} > 1,7 + 2,2 + 2,6 = 6,5$.

Ответ: левая часть больше правой.

Задача 5.

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 24 = y^3$$

П.к. $x, y \in \mathbb{N}$, то слева стоит полный куб.

Пусть $y = x + a$, (т.к. степени многочленов слева и справа одинаковые (степень равна 3), то y выражается через x линейно).

Какой вариант?

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Тогда $y^3 = (x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$.

Тогда $x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3 = x^3 + 8x^2 + 42x + 24$

Поскольку a — натуральное число, то коэффициенты при x^2 , x и свободный член должны быть одинаковыми.

Тогда $3a = 8$, $3a^2 = 42$, $a^3 = 24$. Заметим, что не существует такого a , чтобы все 3 уравнения выполнялись. Значит, ^{исходное} уравнение не имеет решений.

Ответ: нет решений.

Задача 6

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}$$

Заметим, что $x^2 - 2x + 3$ — парабола, ветви которой направлены вверх.

Координаты вершины параболы $(1; 2)$.

Поскольку $x^2 - 2x + 3 \geq 2$ (так ветви вверх).

Тогда $2 \leq x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}$, тогда $2 < \sqrt{4-x^2}$.

Но $\sqrt{4-x^2} \leq \sqrt{4} = 2$. Тогда получаем, что $2 < \sqrt{4-x^2} \leq 2$ — противоречие.

Исходное неравенство не имеет решений.

Ответ: нет решений.

Задача 7

$$\lg 3x - \lg x = 2 \quad (\sin 4x - \sin 2x)$$

ОДЗ: $10x \geq \frac{1}{2} + \pi n$, $23x \geq \frac{1}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Заметим, что $x = \frac{\pi}{2} - \alpha$, $\pi - \alpha$ — криво.

Пусть $\sin \alpha = a$, $\cos \alpha = b$, $\sin 2\alpha = c$, $\cos 2\alpha = d$, тогда

$$\operatorname{tg} 3x = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \frac{ad + bc}{bd - ac}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{a}{b}$$

$$\sin 4x = 2cd$$

Тогда исходное ур-е переписывается в виде:

$$\frac{ad + bc}{bd - ac} - \frac{a}{b} = 2(2cd - c)$$

Так $c = 2ab$, $d = b^2 - a^2$, то

$$\frac{ab^2 - a^3 + 2ab^2}{b^3 - a^2b - 2a^2b} - \frac{a}{b} = 2(4ab^3 - 4a^3b - 2ab)$$

Если $a \neq 0$, то ур-е равенство выполняется

Разделим на a и сократим на b^3 (так b в знаменателе не равно нулю)

$$\frac{b^2 - a^2 + 2b^2}{b^2 - a^2 - 2a^2} - 1 = 2(2b^4 - 4a^2b^2 - 2b^2)$$

$$\frac{3b^2 - a^2}{b^2 - 3a^2} - \frac{b^2 - 3a^2}{b^2 - 3a^2} = 4b^2(b^2 - 2a^2 - 1) \quad | :2$$

$$\frac{b^2 + a^2}{b^2 - 3a^2} = 2b^2(b^2 - 2a^2 - a^2)$$

Так $a^2 + b^2 = 1$, то $\frac{1}{b^2 - 3 + 3b^2} = 2b^2(b^2 - 2 + 2b^2 - 1)$

$$\frac{1}{4b^2 - 3} = 2b^2(3b^2 - 3) \Leftrightarrow \frac{1}{4b^2 - 3} = 6b^2(b^2 - 1)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Пусть $b^2 \geq t$, тогда $t \geq 0$, тогда

$$\begin{aligned} & \text{тогда } b^2(t-1)(4t-3) \geq 1 \Leftrightarrow b^2(4t^2-3t-4t+3) \geq 1 \\ & \Leftrightarrow b^2(4t^2-7t+3) \geq 1 \Leftrightarrow 24t^3-42t^2+18t-1 \geq 0 \end{aligned}$$

Заметим, что положительный корень данного ур-е лежит на промежутке $(1; 2)$, тк при $t=1$ функция равна -1 , т.е. отриц., а при $t=2$ функция положительна; тк функция возрастает, то у неё корень на промежутке $(1; 2)$.

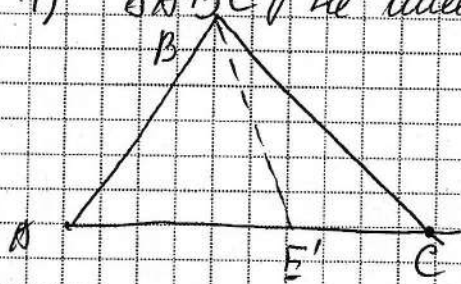
Но $b \leq 1 \Leftrightarrow b^2 \leq 1 \Leftrightarrow t \leq 1$, т.е. данное ур-е не имеет корней.

Тогда у нас единственное решение $a \geq 0$, т.е. $\sin x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; \pi]$, $\pi \leq x$.

Ответ: $x \in [0; \pi]$, $\pi \leq x$, $x \in [2\pi; 3\pi]$, $\pi \leq x$.

Задача 8

Рассмотрим несколько случаев:
1) $\triangle ABC$ не имеет тупых углов



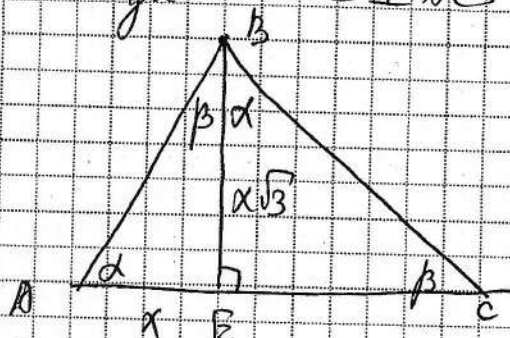
Если мы проведем BE не перпендикулярно AC , то в одном из $\triangle ABE$ или $\triangle BEC$ есть тупой угол, а в другом нет, что противоречит тому, что они подобны.

(Например, если провести BE' как на рисунке, то

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

то в $\triangle BB'E$ есть $\angle BE'E > 90^\circ$, а в $\triangle ABE'$ нет
угла $> 90^\circ$, тк $\angle BAE' < 90^\circ$ (в данном случае),
 $\angle ABE' \leq 90^\circ$, $\angle BE'E \leq 90^\circ$.

Тогда $BE \perp AC$



Пусть $\angle BAE = \alpha$, $\angle ABE = \beta$.

Тогда $\angle CBE = \alpha$ (иначе, если $\angle BCE = \alpha$, то радиусы описан

окр ко т-м синусов будут

одинаковые, тк $2R_1 = \frac{BE}{\sin \alpha}$ и $2R_2 = \frac{BE}{\sin \alpha}$, что против. из подобия

Пусть боо $\triangle BEC$ больше.

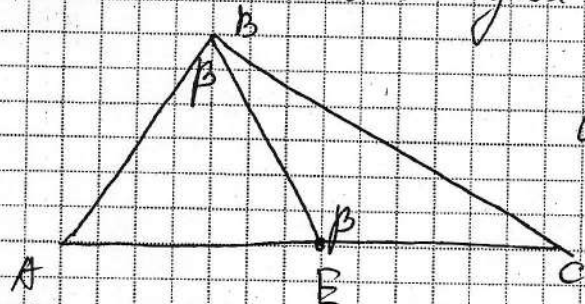
Пусть $AE = x$, тогда

$BE = x\sqrt{3}$ из подобия.

Тогда $\tan \alpha = \frac{x\sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$ (из $\triangle ABE$), тогда $\alpha = 60^\circ$, тогда $\beta = 30^\circ$. Тогда углы $\triangle ABC$ равны $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Ответ

2) Если в $\triangle ABC$ углы B тупой.



Если $BE \perp AC$, то рассужд
и ответ аналогичен п.1, но
тогда $\angle B = 90^\circ$ - против

Пусть $\angle BEC > 90^\circ$.

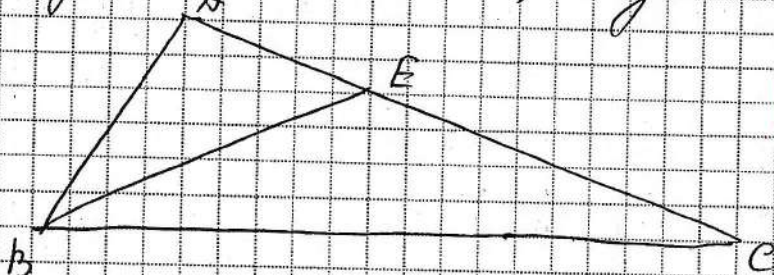
Пусть $\angle BEC = \beta > 90^\circ$. Тогда в $\triangle ABE$ может быть

тупой угол, но единств. тупой угол может
быть $\angle ABE$. Тогда $\angle ABE = \beta > 90^\circ$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Тогда для прямых AB , AC и секущей BE будет
признак параллельных прямых AB и AC - нет, т.к. ~~тогда~~
тогда ~~лучше бы не образовывалась~~

3) Пусть угол в $\triangle ABC$ $\angle A$ или $\angle C$
Пусть $\angle A > 90^\circ$, тогда



Тогда $\angle BEC > 90^\circ$, $\angle BAE > 90^\circ$. ~~А~~ Так $\triangle ABE$ и
 $\triangle BEC$ подобны, то внешние углы равны.

Тогда $\angle BAE = \angle BEC$ - противоречие, т.к. по
т.л. о внешнем угле $\angle BEC > \angle BAC$.

Тогда получается единственный возможный
ответ, когда $\angle B = 90^\circ$, а $\angle A$ и $\angle C$ равны 30° и 60°
(в каком-то порядке)

Ответ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A$ и $\angle C$ равны 30° и 60° .

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант - 2

9-10 класс

6 баллов
реш

N1

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

(+)

N2

$$\begin{aligned} x^5 + x + 1 &= x^5 + x^2 + x + 1 - x^2 = x^5 - x^2 + x^2 + x + 1 = x^2(x^3 - 1) + \\ &+ x^2 + x + 1 = x^2(x-1)(x^2+x+1) + x^2 + x + 1 = (x^2 + x + 1) \cdot \\ &(x^2(x-1) + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1) \end{aligned}$$

Ответ: $(x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$

(+)

N3

$$\cos \sqrt{3}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

$$1,5^2 = 2,25$$

$$1,6^2 = 2,56$$

$$1,7^2 = 2,89$$

$$1,8^2 = 3,24$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \approx 1,7$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$\frac{\pi}{2} \approx 1,57$$

$$\sqrt{3} \approx 1,7$$

$$\sqrt{3} < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} > \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \in \text{II четверти, где}$$

$$\cos < 0, \text{ значит}$$

$$\cos \sqrt{3} < 0$$

Ответ: $\cos \sqrt{3} < 0$

(+)

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N4

$$\begin{aligned} \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} &= \sqrt{15 + \sqrt{4 \cdot 15} + \sqrt{4 \cdot 21} + \sqrt{4 \cdot 35}} = \\ &= \sqrt{15 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{35}} = \sqrt{15 + 2\sqrt{3 \cdot 5} + 2\sqrt{3 \cdot 7} + 2\sqrt{5 \cdot 7}} = \\ &= \sqrt{3 + 5 + 7 + 2\sqrt{3 \cdot 5} + 2\sqrt{3 \cdot 7} + 2\sqrt{5 \cdot 7}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^2} = \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

$$\sqrt{5} \approx 2,23$$

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

$$\sqrt{7} \approx 2,64$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} \approx 1,73 + 2,23 + 2,64 \approx 3,96 + 2,64 \approx 6,6$$

$$6,6 > 6,5$$

Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$

N7

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2(\sin 4x - \sin 2x)$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2(\sin 4x - \sin 2x)$$

$$\frac{\sin 3x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos 3x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 2 \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{\sin(3x - x)}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin x \cdot \cos 3x$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{\sin 2x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{2 \sin x}{\cos 3x} = 4 \sin x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{2 \sin x - 4 \sin x \cdot \cos^2 3x}{\cos 3x} = 0$$

$$\begin{cases} 2 \sin x (1 - 2 \cos^2 3x) = 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ 1 - 2 \cos^2 3x = 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ \cos^2 3x = \frac{1}{2} \\ 3x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ \cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ 3x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = \pm \frac{3}{4}\pi + 2\pi k \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ 3x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6} \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \end{cases}$$

Ответ: $\pi k; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}$

№6

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

Решу неравенство графически

$y = x^2 - 2x + 3$ - парабола

$y = \sqrt{4 - x^2}$ - верхняя полуокр. с радиусом 2

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_0 = 1 - 2 + 3 = 2$$

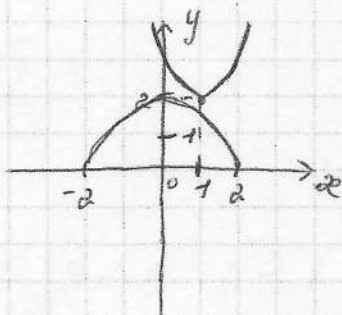
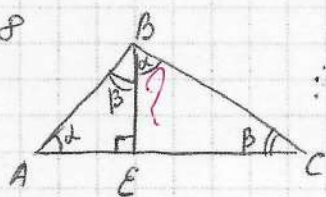


График уравнения $y = x^2 - 2x + 3$ находится выше, чем $y = \sqrt{4 - x^2}$, поэтому $x^2 - 2x + 3$ будет больше, чем $\sqrt{4 - x^2}$ при любых x , а значит ответ: корней нет.

Ответ: корней нет

№ 8



1. треугольники подобные, значит углы в них по парам равны

2. $\angle BEA$ - внешний угол $\triangle BCE \Rightarrow \angle BEA = \angle BCE + \angle CBE$, соответственно $\angle BEA \neq \angle BCE$

$\angle BEA \neq \angle CBE \Rightarrow \angle BEA = \angle BEC$, эти углы смежные, а значит $\angle BCE = \angle BEC = 90^\circ$



Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

3. Пусть $\angle CBE = \alpha$, а $\angle BCE = \beta$, тогда $\angle ABC = \angle \alpha + \angle \beta =$
 $= \angle BEA = 90^\circ$

4. $\triangle ABE \sim \triangle BCE$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{CE} = \frac{AE}{BE} = 53$$

в $\triangle BEC$:

$$\frac{BE}{CE} = 53 \Rightarrow \operatorname{tg} \angle \beta = 53 \Rightarrow \angle \beta = 60^\circ \Rightarrow \angle \alpha =$$

$\nearrow = \angle BCA$

$$= 90^\circ - \angle \beta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ = \angle BAC$$

Ответ: $30^\circ, 90^\circ, 60^\circ$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 1

Дано:

$N_d = 2N_m$

Вариант 1 (10 класс)

Из условия ясно, что каждый ученик должен был сделать поклоны каждому другу, т.е. :
Пусть, x - число учеников. Каждый ученик делает $(x-1)$ поклоны товарищам и 1 поклон директору $\Rightarrow x(x-1)+1$ - число поклонов всего.

$x(x-1)+1 = 900$ (из условия) $\Rightarrow$

$x(x) = 900 \quad x^2 = 900$. Ит.к. x - натуральное число $\Rightarrow$

$x = 30$

x - суммарное число учеников, соответственно:

$x = N_d + N_m \Rightarrow x = 2N_m + N_m \quad 30 = 3N_m \quad \underline{N_m = 10}$

$\underline{N_d = 20}$



Ответ: 20 девочек и 10 мальчиков

Задание 2

~~$(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 = b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3 + c^3 - 3ac^2 + 3a^2c - a^3 + a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 3(b^2c - b^2c + 3bc^2 - 3ac^2 + a^2c - a^2b + ab^2 - a^2b) = 3b^2c - 3b^2c$~~

$(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 = b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3 + c^3 - 3ac^2 + 3a^2c - a^3 + a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 3(b^2c - b^2c + 3bc^2 - 3ac^2 + a^2c - a^2b + ab^2 - a^2b) = 3(b^2c - b^2c + a^2c - ac^2 + ab^2 - a^2b + abc - abc) = 3(b(c^2 - bc + ab - a^2b) + a(-c^2 - a^2b + bc + ac)) = 3(b-a)(c^2 - bc + ab - ac) = 3(b-a)(c(c-a) - b(c-a)) = 3(b-a)(c-b)(c-a) = \underline{3(a-b)(b-c)(c-a)}$

Ответ: $\underline{3(a-b)(b-c)(c-a)}$



5 баллов
100%

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 3/

$$\varphi(x) = 2x + \frac{18\pi^2}{x} + \cos x$$

Найдём экстремумы ф-ии путём заучивания производной

$$\varphi(x)' = \left(2x + \frac{18\pi^2}{x} + \cos x\right)' = 2 + (18\pi^2(x)^{-1})' + (-\sin x) =$$

$$\varphi(x)' = 2 + -18\pi^2 \cdot x^{-2} + (-\sin x) = 0$$

$$2 - \frac{18\pi^2}{x^2} = \sin x$$

$$2\left(1 - \frac{9\pi^2}{x^2}\right) = \sin x \quad 2\left(1 - \left(\frac{3\pi}{x}\right)^2\right) = \sin x$$

Проведём замену:

$$x = y\pi \Rightarrow 2\left(1 - \left(\frac{3\pi}{y\pi}\right)^2\right) = \sin(y\pi)$$

$$2\left(1 - \left(\frac{3}{y}\right)^2\right) = \sin(y\pi)$$

Область определения $\sin x = [-1; 1] \Rightarrow$

$$2\left(1 - \left(\frac{3}{y}\right)^2\right) \in [-1; 1]:$$

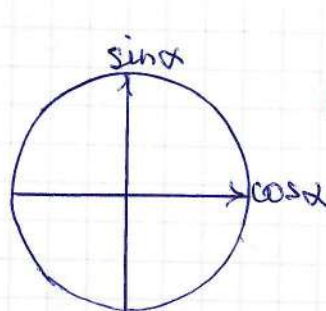
$$\begin{cases} 2\left(1 - \left(\frac{3}{y}\right)^2\right) \leq 1 \\ 2\left(1 - \left(\frac{3}{y}\right)^2\right) \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{3}{y}\right)^2\right) \leq \frac{1}{2} \\ \left(1 - \left(\frac{3}{y}\right)^2\right) \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\left(\frac{3}{y}\right)^2 \leq -\frac{1}{2} \\ -\left(\frac{3}{y}\right)^2 \geq -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{3}{y}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \\ \left(\frac{3}{y}\right)^2 \leq \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3}{y} \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{3}{y} \leq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \boxed{y > 0}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} 3\sqrt{2} \geq y \\ \sqrt{6} \leq y \end{cases} \quad y \in [\sqrt{6}; 3\sqrt{2}]$$

$$\begin{cases} \sin(y\pi) \geq 2\left(1 - \left(\frac{3}{\sqrt{6}}\right)^2\right) \\ \sin(y\pi) \leq 2\left(1 - \left(\frac{3}{3\sqrt{2}}\right)^2\right) \end{cases}$$



Задача 5

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2 \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

$$x(x+2) = \underbrace{y^2}_{=0}(y^2+1)$$

(квадратное действ. число ≥ 0)

y^2 и y^2+1 взаимно просты, т.к. являются последовательными числами.

x и $x+2$ имеют одну чётность, т.к. отличаются на 2.

1) При $x \div 2$:

Представим x как $2m$:

$$2m(2m+2) = y^2(y^2+1)$$

$$4m(m+1) = y^2(y^2+1) \Rightarrow m \text{ и } (m+1) \text{ взаимно просты}$$

$$y^2 \text{ или } (y^2+1) \div 4$$

1.1) При $y^2 \div 4$:

y^2 представим как $4n^2$:

$$4m(m+1) = 4n^2(4n^2+1) \Rightarrow m(m+1) = n^2(n^2+1)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 6

$$\frac{|x-1|-|x|}{|2x-3|-|x+1|} \leq 0$$

1) ОДЗ: $|2x-3|-|x+1| \neq 0$, т.е.:

$$|2x-3| \neq |x+1|$$

$x < -1$:	$-1 \leq x < \frac{3}{2}$	$x \geq \frac{3}{2}$
$3-2x \neq -1-x$ $-x \neq -4$ $x \neq 4$ $\emptyset$	$-2x+3 \neq 1+x$ $3x \neq 2$ $x \neq \frac{2}{3}$	$2x-3 \neq x+1$ $x \neq 4$

2)
$$\begin{cases} |x-1|-|x| \leq 0 \\ |2x-3|-|x+1| > 0 \\ |x-1|-|x| \geq 0 \\ |2x-3|-|x+1| < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-1| \leq |x| \quad \leftarrow \text{Важно! (4)} \\ |2x-3|-|x+1| > 0 \quad (6) \\ |x-1| \geq |x| \quad (3) \\ |2x-3| < |x+1| \quad (5) \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(4) |x-1| \leq |x|$$

$x \leq 0$	$x \geq 0; x < 1$	$x \geq 1$
$-x+1 \leq -x$ $1 \leq 0$ $\emptyset$	$1-x \leq x$ $2x \geq 1$ $x \geq \frac{1}{2}$ $x \in [\frac{1}{2}; 1)$	$x-1 \leq x$ $-1 \leq 0$ $x \in [1; +\infty)$

$$x \in [\frac{1}{2}; +\infty)$$

$$(3) |x-1| \geq |x|$$

$x < 0$	$x \geq 0; x < 1$	$x \geq 1$
$-x+1 \geq -x$ $1 \geq 0$ $x \in (-\infty; 0)$	$1-x \geq x$ $1 \geq 2x$ $x \leq \frac{1}{2}$ $x \in [0; \frac{1}{2}]$	$x-1 \geq x$ $-1 \geq 0$ $\emptyset$

$$x \in (-\infty; \frac{1}{2}]$$

$$(5) |2x-3| < |x+1|$$

$x < -1$	$-1 \leq x < \frac{3}{2}$	$x \geq \frac{3}{2}$
$3-2x < -x-1$ $4 < x$ $\emptyset$	$3-2x < x+1$ $2 < 3x$ $x > \frac{2}{3}$ $x \in (\frac{2}{3}; \frac{3}{2})$	$-3+2x < x+1$ $x < 4$ $x \in [\frac{3}{2}; 4)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x \in \left(\frac{2}{3}; 4\right)$$

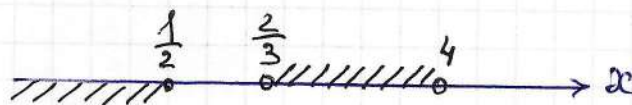
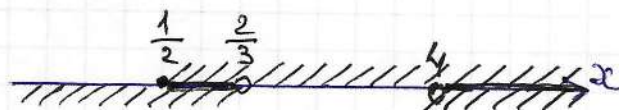
$$(6) |2x-3| > |x+1|$$

$x < -1$	$x \geq -1; x < \frac{3}{2}$	$x \geq \frac{3}{2}$
$3-2x > -x+1$ $4 > x$ $x \in (-\infty; -1)$	$3-2x > x+1$ $-3x > -2$ $x < \frac{2}{3}$ $x \in [-1; \frac{2}{3})$	$2x-3 > x+1$ $x > 4$ $x \in (4; +\infty)$

$$x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$$

$u_3(3), (4), (5) \text{ и } (6):$

$$\begin{cases} x \in [\frac{1}{2}; +\infty) \\ x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty) \\ x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \\ x \in (\frac{2}{3}; 4] \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty) \\ \emptyset \end{cases}$$



Ответ: $[0,5; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 7

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0$$

~~$$\sin x (\sin^2 x - \cos 2x - 2 - 6 \sin^2 x \cos x + \frac{3}{2} \cdot 2 \sin 2x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$~~

~~$$\sin x (\sin^2 x - (1 - 2 \sin^2 x) - 2 - 6 \sin^2 x \cos x + 3 \sin 2x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$~~

~~$$\sin x (3 \sin^2 x - 3 - 6 \sin^2 x \cos x + 6 \sin x \cos x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$~~

~~$$3 \sin x \cos x (3 - \cos^2 x - 6 \sin x +$$~~

~~$$3 \sin x \cos x (-\cos x - 2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos 2x + 2) = 0$$~~

~~$$3 \sin x \cos x (-\cos x + 2 \cos^2 x + 2 \sin x$$~~

$$\sin x (\sin^2 x - \cos 2x - 2 - 6 \sin^2 x \cos x + \frac{3}{2} \cdot 4 \cos x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$

$$\sin x (\sin^2 x - (1 - 2 \sin^2 x) - 2 - 6 \sin^2 x \cos x + 6 \cos x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$

$$\sin x (3 \sin^2 x - 3 + \cancel{6} - 6 \sin^2 x \cos x + 6 \cos x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$

$$\sin x (-3 \cos^2 x - 6 \sin^2 x \cos x + 6 \cos x \cos 2x + 6 \cos x) = 0$$

$$3 \sin x \cos x (-\cos x - 2 \sin^2 x + 2 \cos 2x + 2 \cancel{\cos x}) = 0$$

$$3 \sin x \cos x (-\cos x + 2 \cos^2 x + 2(2 \cos^2 x - 1)) = 0$$

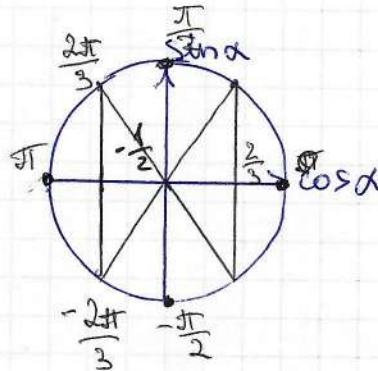
$$3 \sin x \cos x (-\cos x + 2 \cos^2 x + 4 \cos^2 x - 2) = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$3\sin x \cos x (6\cos^2 x - \cos x - 2) = 0 \quad D = 1 + 48 = 49$$

$$3\sin x \cos x (\cos x + \frac{1}{2})(\cos x - \frac{2}{3}) = 0 \quad \cos x = \frac{1 \pm 7}{12} = -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = +\frac{2}{3} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \pi k \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \pm \arccos(\frac{2}{3}) + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\begin{cases} x = \frac{\pi k}{2} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \pm \arccos(\frac{2}{3}) + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left\{ \frac{\pi k}{2}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \pm \arccos(\frac{2}{3}) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \right\}$??

Задача 4

$\sqrt{10 + \sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \quad \sqrt{5,3}$ Возведем обе части в квадрат:

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \quad \sqrt{28,09}$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \quad \sqrt{18,09}$$

$$2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} \quad \sqrt{18,09}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15} \quad \sqrt{9,045}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Возведём обе части в квадрат:

$$6 + 10 + 15 + 2\sqrt{6 \cdot 10} + 2\sqrt{6 \cdot 15} + 2\sqrt{10 \cdot 15} \quad \vee \quad 81,812025$$

$$\begin{array}{r} 9,045 \\ \times 9,045 \\ \hline 45225 \\ 36180 \\ \hline 81405 \\ \hline 81,812025 \end{array}$$

$$31 + 2(3\sqrt{10} + 2\sqrt{15} + 5\sqrt{6}) \quad \vee \quad 81,812025$$

$$2(3\sqrt{10} + 2\sqrt{15} + 5\sqrt{6}) \quad \vee \quad \cancel{20,4060125} \quad 50,812025$$

$$3\sqrt{10} + 2\sqrt{15} + 5\sqrt{6} \quad \vee \quad 25,4060125$$

Возведём обе части в квадрат:

$$90 + 60 + 150 + 30\sqrt{6} + 30\sqrt{10} + 30\sqrt{15} \quad \vee \quad (25,4060125)^2$$

$$300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \quad \vee \quad (25,4060125)^2$$

Рассмотрим выражение (1):

$$\sqrt{6} < \sqrt{9}$$

$$\sqrt{10} < \sqrt{16}$$

$$\sqrt{15} < \sqrt{16}$$

$$\Rightarrow 300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) < 300 + 30(\sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{16})$$

$$300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) < \cancel{300} + 30(3 + 4 + 4)$$

$$300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) < 300 + 330$$

$$300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) < 630 \quad (*)$$

Рассмотрим выражение (2):

$$(25,4060125)^2 > (25,4)^2$$

$$(25,4060125)^2 > 645,16 \quad (*)$$

Из (*) и (*):

$$300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \leq 630 < 645,16$$

$$< (25,4060125)^2$$

$$300 + 30(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) < (25,4060125)^2$$

Ч.П.Д. $\Rightarrow$ Ответ: $5,3 > \sqrt{10+124+140+160}$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ 2,1 \\ \times 25,4 \\ \hline 25,4 \\ 1016 \\ \hline 1270 \\ \hline 508 \\ \hline 645,16 \end{array}$$

(+)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 3. Продолжение

$$y \in [\sqrt{6}; 3\sqrt{2}] \Rightarrow x \in [\pi\sqrt{6}; \pi \cdot 3\sqrt{2}]$$

$$x \in (0; 10) \text{ (по условию)}$$

$$10 > \pi\sqrt{6}, \pi\sqrt{6} > 0, \pi \cdot 3\sqrt{2} > 10 \Rightarrow x \in [\pi\sqrt{6}; 10)$$

$$\cancel{3\pi > \pi\sqrt{6}, 3\pi < 10 \Rightarrow \text{подставим } 3\pi}$$

$$3\pi > \pi\sqrt{6}, 3\pi < 10 \Rightarrow \text{подставим } 3\pi:$$

$$2 \left(1 - \left(\frac{3\pi}{3\pi}\right)^2\right) \vee \sin 3\pi$$

$$2(1-1) \vee 0$$

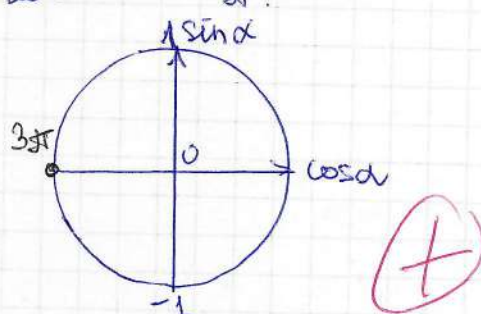
$$0 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 3\pi \text{ является экстремумом ф-ции} \Rightarrow$$

$$f(x) = 6\pi + \frac{18\pi^2}{3\pi} + \cos 3\pi = 6\pi + 6\pi + (-1) = 12\pi - 1$$

$$\cancel{\text{Функция ф-ки ф-ий } f(x) = 2\left(1 - \frac{(3\pi)^2}{x}\right)}$$

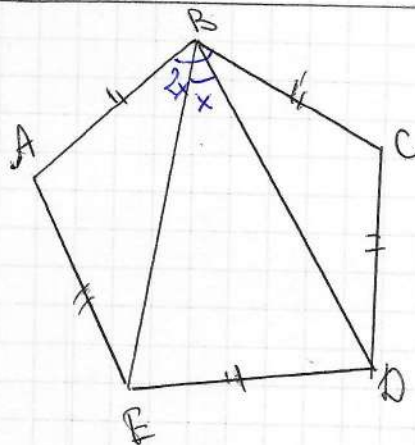
$$\text{Ответ: } 12\pi - 1.$$



Задание 4

$$\text{Пусть } \angle EBD = x.$$

$$\text{Пусть } \angle ABC = 2x$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5)

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2$$

$$x(x+2) = y^2(y^2+1)$$

Числа y^2 и y^2+1 обладают разной чётностью, т.к. являются последовательными.
Числа x и $x+2$ одной чётности, т.к. отличаются на 2 $\Rightarrow y^2(y^2+1) : 2$, т.к. хотя бы одно из чисел чётно.

1) Пусть $y^2 : 2$

Если $y^2 : 2 \Rightarrow y^2 : 4 \Rightarrow y^2 = 4m^2$ (т. некое число $\in \mathbb{Z}$)

$$x(x+2) = 4m^2(4m^2+1) \Rightarrow x : 2 \Rightarrow x = 2n$$

$$2n(2n+2) = 4m^2(4m^2+1)$$

~~$$4n(n+1) = 4m^2(4m^2+1)$$~~

$$n(n+1) = m^2(4m^2+1)$$

n и $n+1$ взаимно просты $\Rightarrow$ какое-то из них делится на $m^2 \Rightarrow$

1.1) Пусть $n : m^2 \Rightarrow n = tm^2$

$$tm^2(tm^2+1) = m^2(4m^2+1)$$

$$t(tm^2+1) = 4m^2+1$$

$$t^2m^2 + t = 4m^2 + 1$$

$$(t-2)(t+2)m^2 = 1-t$$

$$t-1 = m^2(2-t)(2+t)$$

Если $2-t$ - чётно, то $t-1$ - нечётно $\Rightarrow \emptyset \Rightarrow$

$2-t$ - нечётно, $t-1$ - чётно $\Rightarrow$

$$m^2 \text{ чётно} \Rightarrow m^2 = 4l^2$$

$$t-1 = 4l^2(2-t)(2+t) \Rightarrow t-1 : 4 \Rightarrow t-1 = 4g \Rightarrow$$

$$4g = 4l^2(2-(4g+1))(2+(4g+1))$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$g = l^2(-4g+1)(4g+3)$$

$$g: l^2(-4g+1)(4g+3) \Rightarrow g \geq -4g+1 \Rightarrow 5g \geq 1$$

$$\text{противоречие} \Rightarrow \emptyset$$

$$g \geq 4g+3 \Rightarrow -3g \geq 3 \Rightarrow g \leq -1$$

$$1.2) \text{ Пусть } (n+1): m^2 \Rightarrow n = tm^2$$

$$tm^2(tm^2-1) = m^2(4m^2+1)$$

$$tm^2(tm^2-1) = 4m^2+1$$

$$t^2m^2 - 4m^2 = 1+t$$

$$(t-2)(t+2)m^2 = t+1$$

$$\text{Аналогично } m^2: 2 \Rightarrow$$

$$(t-2)(t+2) \cdot 4l^2 = t+1$$

$t+1: t+2$ — противоречие.
числа взаимно просты

$$2) y^2+1: 2 \Rightarrow y^2 \text{ не } : 2 \Rightarrow$$

$$y^2+1 = (2m-1)^2+1 = 4m^2-4m+2 = 2(2m^2-2m+1)$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

9-10 класс

№ 1.

Тысяч мальчиков x , тогда девочек - $2x$.

Тогда количество поцелуев равно:

$$\text{для мальчиков} - x(x-1 + 2x+1) = 3x^2$$

$$\text{для девочек} - 2x(2x-1 + x+1) = 2x \cdot 3x = 6x^2$$

$$3x^2 + 6x^2 = 9x^2$$

$$9x^2 = 900$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 - \text{мальчиков}$$

$$2x = 20 - \text{девочек}$$

Примечание: кол-во поцелуев на одного человека равно кол-ву одного пола минус один (т.к. один себе не поцелуется), девочки и мальчики поцелуются. Также каждый мальчик дружит (каждый мальчишка и так же) с девочками.

Ответ: мальчиков - 10; девочек - 20

4 балла

Решение



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 2.

$$\begin{aligned}
 (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= (b-c+c-a)((b-c)^2 - \\
 &- (b-c)(c-a) + (c-a)^2) + (a-b)^3 = (b-a)(b^2 - 2bc + c^2 - \\
 &- bc + ca + c^2 - ac + c^2 - 2ac + a^2) + (a-b)^3 = \\
 &= -(a-b)(b^2 + 3c^2 + a^2 - 3bc + 3ac + ca) + (a-b)^3 = \\
 &= (a-b)((a-b)^2 - (b^2 + 3c^2 + a^2 - 3bc + 3ac + ca)) = \\
 &= (a-b)(a^2 - 2ab + b^2 - b^2 - 3c^2 - a^2 + 3bc + 3ac - ab) = \\
 &= (a-b)(3bc + 3ac - 3ab - 3c^2) = 3(a-b)(b+c-a-c^2)
 \end{aligned}$$

Ответ: $3(a-b)(b+c-a-c^2)$

Задача 4.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{70} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} &> 5,3 \\
 \sqrt{70} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} &> \sqrt{28,09}
 \end{aligned}$$

Для сравнения корней сравнивали возведенные значения:

$$\begin{aligned}
 70 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} &> 28,09 \\
 \sqrt{24} \approx 4,9 \quad \sqrt{36} < \sqrt{24} < \sqrt{49} \\
 \sqrt{40} \approx 6,37 \approx 6,4 \quad \sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49} \\
 \sqrt{60} \approx 7,8 \quad \sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64}
 \end{aligned}$$

Сравнивали приближенные значения корней.

$$70 + 4,9 + 6,37 + 7,8 > 28,09$$

$$\begin{aligned}
 28,09 > 28,09 &\Rightarrow \sqrt{70} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 5,3 \\
 \text{Ответ: } \sqrt{70} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} &> 5,3
 \end{aligned}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 3.

$$\varphi(x) = 2x + \frac{78\pi^2}{x} + \cos x$$

$x \in (0; 10]$

Чтобы решить эту задачу, поставим целые значения x , чтобы по точкам приблизительно построить график.

$$x=1 \quad \varphi(1) = 2 + 78\pi^2 + \cos 1 \approx 787,05$$

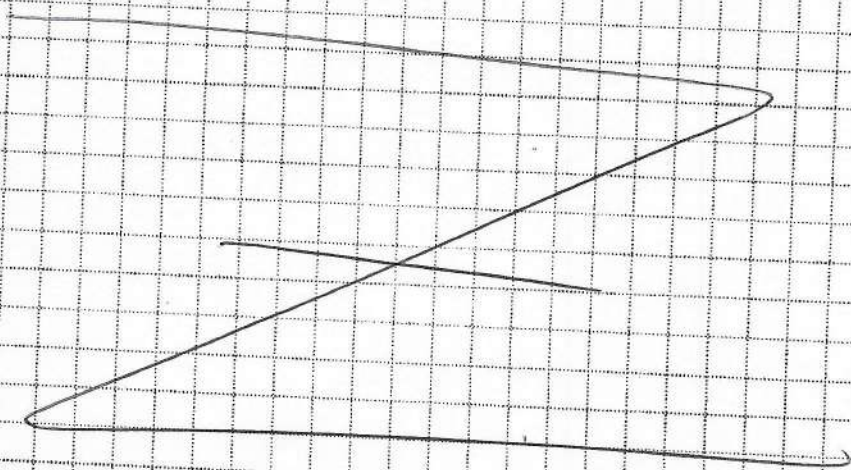
$$x=2 \quad \varphi(2) = 4 + 39\pi^2 + \cos 2 \approx 19$$

...

$$x=9 \quad \varphi(9) = 18 + 2\pi^2 + \cos 9 \approx 35,7$$

Заметим, что по точкам график принимает переоборачив, поэтому минимальное значение можно найти илльз, но можно сказать что $y_{\min}$ будет приблизительно равно 35,5 при $x \approx 9$ и $x \rightarrow 10$.

Ответ: $y \approx 35,5$, $x \approx 9$ и $x \rightarrow 10$.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5.

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2$$

Заметим, что $y^4 + y^2 \geq 0$ ^{всегда} $\Rightarrow x^2 + 2x \geq 0$, это верно при $x \in (-\infty; -2] \cup [0; \infty)$.

П.к. в обеих частях суммы, можно предположить, что члены равны, т.к. для таких чисел, которые могут удовлетворить уравнению.

$$\begin{cases} x^2 = y^4 \\ 2x = y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4x^2 \\ 2x = y^2 \end{cases}$$

Ед. р.ч. $x=0; y=0$.

$$\begin{cases} x^2 = y^2 \\ 2x = y^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = y^2 \\ 2x = x^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = y^2 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

Получа $y = \sqrt{2}$, но подставив эти значения уравнение неверно $\Rightarrow$ один ответ $(0; 0)$.

Ответ: $(0; 0); (-2; 0)$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6.

$$\frac{|x-7|}{|2x-3|} - |x+7| \leq 0$$

Чтобы решить нерав-во, находим x , при которых модуль меняет знак: $7,5; 7; 0; -7$.

Тогда неравенство разбивается на 5 случаев:

I) $x \geq 7,5$

$$\frac{x-7-x}{2x-3-x-7} \leq 0$$

$$\frac{-7}{x-9} \leq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 7,5 \\ x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow x \geq 4$$

II) $7 \leq x < 7,5$

$$\frac{x-7-x}{3-2x-x-7} \leq 0$$

$$\frac{-7}{2-3x} \leq 0$$

$$\begin{cases} 7 \leq x < 7,5 \\ x < \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{нет решений}$$

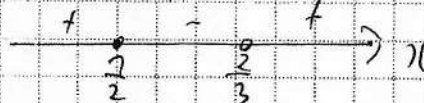
III) $0 \leq x < 7$

$$\frac{7-x-x}{3-2x-x-7} \leq 0$$

$$\frac{7-2x}{2-3x} \leq 0$$

$$\frac{2x-7}{3x-2} \leq 0$$

ОДЗ: $x \neq \frac{2}{3}$



$$\begin{cases} 0 \leq x < 7 \\ x \in [\frac{2}{3}, 7) \end{cases} \Rightarrow x \in [\frac{2}{3}, 7)$$

IV) $-7 \leq x < 0$

$$\frac{7-x+x}{3-2x-x-7} \leq 0$$

$$\frac{7}{2-3x} \leq 0$$

$$\begin{cases} -7 \leq x < 0 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{нет решений}$$

V) $x < -7$

$$\frac{7-x+x}{3-2x+x+7} \leq 0$$

$$\frac{7}{4-x} \leq 0$$

$$\begin{cases} x < -7 \\ x > 4 \end{cases} \Rightarrow \text{нет решений}$$

Ответ: $[\frac{2}{3}, 7) \cup (4, \infty)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 7.

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\sin^3 x - \sin x (1 - 2 \sin^2 x) - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin(2x \cdot 2) + 12 \sin x \cos x = 0$$

$$\sin^3 x - \sin x + 2 \sin^3 x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + 6 \sin x \cos x - 12 \sin^3 x \cos x + 12 \sin x \cos x = 0$$

$$3 \sin^3 x - 3 \sin x + 18 \sin x \cos x - 18 \sin^3 x \cos x = 0 \quad | :3$$

$$\sin^3 x - \sin x + 6 \sin x \cos x - 6 \sin^3 x \cos x = 0$$

$$(\sin^3 x - \sin x) + 6 \cos x (\sin^3 x - \sin x) = 0$$

$$(\sin^3 x - \sin x)(1 + 6 \cos x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin^3 x - \sin x = 0 \\ 1 + 6 \cos x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x (\sin^2 x - 1) = 0 \\ 1 = -6 \cos x \end{cases}$$

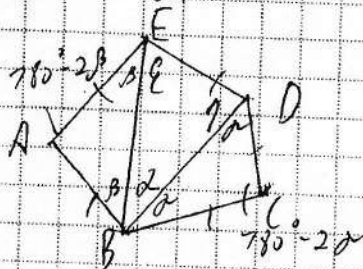
$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{1}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z};$
 $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}.$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8.



Дано: $AB = BC = CD = DE = AE$.

$\angle ABC = 2 \angle DBE$

Найти: $\angle ABC$.

Пусть $\angle DBE = \alpha$, тогда $\angle ABC = 2\alpha$.

$\angle ABC = 2\alpha = \alpha + \beta + \gamma \Rightarrow \beta + \gamma = \alpha$.

Сумма углов пятиугольника равна 540° .

$\triangle BED$ $\epsilon + \eta = 180^\circ - 2\alpha$.

$\triangle BAE$ и $\triangle BCD$ - равнобедренные, т.к. $BA = AE, BC = CD$
 $\Rightarrow$ углы при основаниях равны.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2.

Задача 1.

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

Задача 4.

$$\sqrt{15+\sqrt{60}} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \quad \text{и} \quad 6,5.$$

$$6,5 = \sqrt{42,25}.$$

$$\sqrt{60} \approx 7,7; \quad \sqrt{84} \approx 9,1; \quad \sqrt{140} \approx 11,8$$

$$\sqrt{15+7,7+9,1+11,8} = \sqrt{28,6} \quad \sqrt{43,6}$$

$$\sqrt{28,6} \quad \text{и} \quad \sqrt{42,25}$$

$$\sqrt{15+\sqrt{60}} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \approx 6,5$$

Ответ: $\sqrt{15+\sqrt{60}} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \approx 6,5$

Задача 6.

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}.$$

ОДЗ: $x \in [-2; 2]$

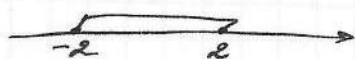
$$4-x^2 \geq 0$$

$$-x^2 \geq -4$$

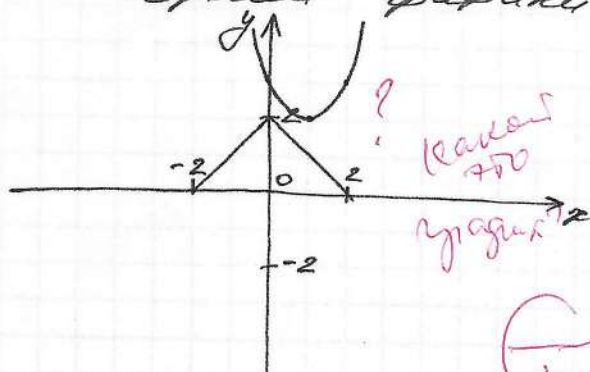
$$x^2 \leq 4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$



Построим графики $y = x^2 - 2x + 3$; $y = \sqrt{4-x^2}$.



какая
точка

график

$$y = x^2 - 2x + 3$$

x	0	1	2	3
y	3	2	3	6

$$y = \sqrt{4-x^2}$$

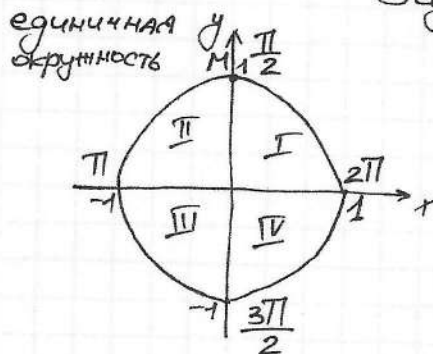
x	0	2	-2
y	2	0	0

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6. (продолжение)

Ответ: неравенство не имеет решений;
так как по графику видно, что при
любых x , принадлежащих OD ,
значение y $x^2 - 2x + 3 > \sqrt{4 - x^2}$.

Задача 3.



$$\cos \sqrt{3} \approx \cos 1,7$$

$$\pi = 3,14 \Rightarrow I \text{ четверть} = 1,57$$

$M(0; 1) = 1,57$; тогда точка
с координатой 1,7
лежит во II четверти.

$\cos$ определяется по осм x , а x во II
четверти отрицательный $\Rightarrow \cos \sqrt{3}$ с
знаком "-".

Ответ: "-". (+)

Задача 2.

$$x^5 + x + 1 = x(x^4 + 1) + 1$$

Задача 5.

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3$$

Пусть $x = 0$, тогда

$$27 = y^3 \Rightarrow y = 3$$

Ответ: $(0; 3)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

9-10 класс

№1.

$$123 - 45 = 78$$

$$78 - 64 = 11$$

$$11 + 89 = 100$$

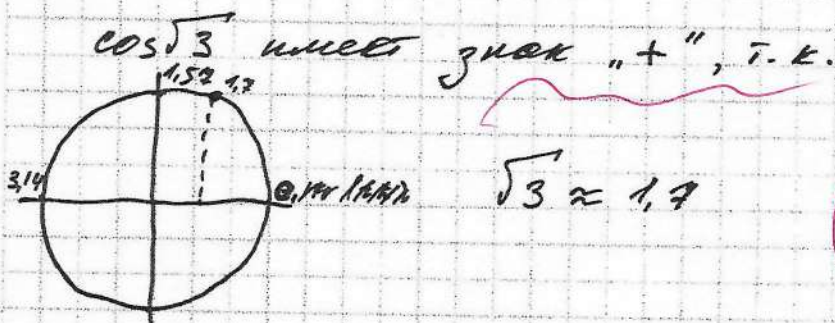
(+)

$$\begin{aligned} x^5 + x + 1 &= x^5 + x + \frac{x}{x} \\ x^6 + x^2 + x &= x(x^5 + x + 1) \end{aligned}$$

Ответ: $x(x^5 + x + 1)$

3 балла

№3.



(-)

$\Rightarrow \cos \sqrt{3}$ имеет знак "+".

№4.

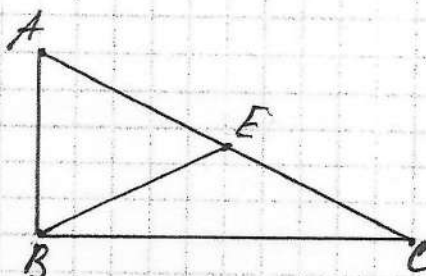
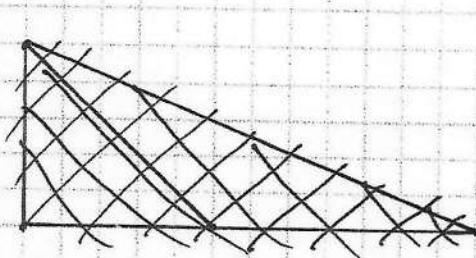
$$\begin{aligned} \sqrt{15 + \sqrt{60 + \sqrt{84 + \sqrt{140}}}} &< 6,5 \uparrow^2 \\ 15 + \sqrt{60 + \sqrt{84 + \sqrt{140}}} &< 32,25 \uparrow^2 \\ 225 + 60 + 84 + 140 &< 1040,0625 \\ 509 &< 1040,0625 \end{aligned}$$

$\times 6,5$	$+ 32,25$
$\frac{6,5}{32,5}$	$\frac{32,25}{1612,5}$
$\frac{32,5}{32,25}$	$\frac{6450}{6450}$
$\frac{32,25}{967,5}$	$\frac{1040,0625}{1040,0625}$

(-)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

18.



Дано: $\triangle ABC$;

$\triangle ABE \sim \triangle BEC$

коэф-нт подобия $= \sqrt{3}$

Найти: $\angle A$; $\angle B$; $\angle C$.

Решение: Пусть $\angle AEB \neq \angle BEC$.

Поскольку $\angle AEB > \angle BCE$, то $\angle AEB = \angle CBE$, но тогда $AC \parallel BC$, что противоречит условию.

$\Rightarrow \angle ABE = \angle BCE$:

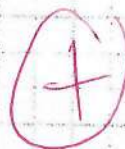
$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE = \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ$,

тогда $\operatorname{tg} \angle CAB = \frac{BC}{AB} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \angle CAB = 60^\circ$

$\angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Ответ: 90° ; 60° ; 30°



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N 2.

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2(\sin 4x - \sin 2x)$$

Метод подбора:

$$x=0$$

$$\operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} 0 = 2(\sin 0 - \sin 0)$$

$$0=0$$

$$\Rightarrow x = 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$



N 2

$$x^5 + x + 1 =$$

$$= x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 - x^2 + x^2 + x + 1 =$$

$$= x^3(x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) + x^2 + x + 1 =$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

$$\text{Ответ: } (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

3 балла

№7

1 вариант

9-10 кл.

$$\sin^3 x + \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0$$

$$x = 0$$

т.е.

$$\sin 0 = 0 \quad \sin 180^\circ = 0$$

$$0 - 0 - 0 - 0 + 0 + 0 = 0$$

Ответ: $0, 180^\circ$ (или πk , где $k \in \mathbb{Z}$)

№3

$$\varphi(x) = 2x + \frac{18\pi^2}{x} + \cos x$$

$\varphi(x)$ - широта

$$x \neq 0$$

$\varphi(x)$ на промежутке $(0; 10)$ - убывает

$$\varphi(x)_{\min} = 10$$

Ответ: 10

№2

$$\begin{aligned} (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= (b^2 - 2bc + c^2)(b-c) + \\ &+ (c^2 - 2ac + a^2)(c-a) + (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = \\ &= b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3 + c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3 + \\ &+ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 3b^2c + 3bc^2 - 3c^2a + 3ca^2 - \\ &- 3a^2b + 3ab^2 = 3(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№4

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$$

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \approx 5,4$$



№1

2x - девочки

x - мальчики

900 - всего человек

$$\sqrt{900} = 30 - \text{учеников}$$

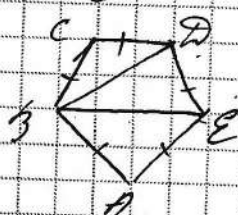
$$\frac{30}{3} = 10 - \text{мальчиков}$$

$$2 \times 10 = 20 - \text{девочек}$$

Ответ: 20 - девочек; 10 - мальчиков.



№8



Дано: $ABCD$ - равнобедренный
пятиугольник

$$\angle ABC = 2 \angle DBE$$

Найти: $\angle ABC = ?$

Решение:

$$\triangle BCD \cong \triangle ADE \text{ (т.к. } BC = AD = AB = DE \text{)}$$

$$\angle BCD = 2x \quad \angle ADE = x$$

$$\angle CED + \angle CDE = (\angle CED + \angle BED) + (\angle CDE + \angle ADE) = (\angle CED + \angle CDE) + (\angle BED + \angle ADE)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$= x + (180^\circ - x) = 180^\circ$$

$$x + 180^\circ - x = 180^\circ$$

$\Rightarrow HE \parallel CD$ и $HE = CD$, значит HCE - параллелограмм

$HC = CE = HE = EC \Rightarrow \triangle HEC$ - равносторонний,

тогда $\angle HEC = 60^\circ$

Ответ: 60°



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1.

9-10 класс

Задача 4) Сравнить: $\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}$ и 5,3

1) Возведём в квадрат оба числа, что бы избавиться от корня:

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \text{ и } 28,09$$

$$2) 10 + \sqrt{4 \cdot 6} + \sqrt{4 \cdot 10} + \sqrt{4 \cdot 15} \text{ и } 28,09$$

$$3) 10 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} \text{ и } 28,09$$

4) У обоих чисел можно вынести число 10:

$$2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} \text{ и } 18,09$$

$$5) 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \text{ и } 18,09$$

6) Можно разделить оба числа на 2:

$$\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15} \text{ и } 9,045$$

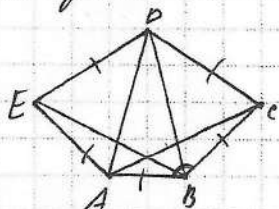
7) Посчитаем приближительное значение: $\sqrt{6} \approx 2,44$; $\sqrt{10} \approx 3,16$; $\sqrt{15} \approx 3,96$

Сложив все числа мы получили число: 9,56, которое, даже если учитывать погрешность больше второго числа:

$$\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 5,3$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} > 5,3$$

Задача 8.



Решение:

$\triangle ABC$ со $\triangle DBE$ и коэффициент подобия = 2

$$K=2$$

$ABCE$ - пятиугольник
 $\angle ABC = 2\angle DBE$

Найти: $\angle ABC$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

9-10 класс

Задание №1.

1 вариант

1) В школе мальчиков в два раза меньше чем девочек $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ и поклонов у них будет в два раза меньше.

Мальчиков - $2x$ девочек - x

Всего поклонов в день = 900 $\Rightarrow 3x = 900; x = 300; 300 \cdot 2 = 600$ и $300 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в день мальчики делают 300 поклонов, а девочки 600.

Каждый мальчик должен поклоняться: а) директору;

б) другу-мальчику (каждому, кроме себя), и каждой девочке.

Пусть x - это кол-во поклонов, тогда формула выйдет так:

$$x + (x^2 - x) + x \cdot 2x, \text{ где } x - \text{это поклоны директору};$$

Методом подбора } $x^2 - x$ - поклоны каждому мальчику;
 возьмём 9 мальчиков: } $x \cdot 2x$ - поклоны каждой девочке

$$9 + (9^2 - 9) + (9 \cdot 2 \cdot 9) = 9 + 72 + 162 = 241 + 162 < 900 - \text{не подходит.}$$

Возьмём 10 мальчиков:

$$10 + (10^2 - 10) + (10 \cdot 2 \cdot 10) = 10 + 90 + 200 = 300 - \text{подходит} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ мальчиков в школе 10, а девочек в два раза больше $\Rightarrow 20$

Ответ: мальчиков было 10, а девочек 20.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 2.

$$\begin{aligned} & (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 = \\ &= (b-c)(b^2 - 2bc + c^2) + (c-a)(c^2 - 2ac + a^2) + (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = \\ &= (b-c)(b-c)(b+c) + (c-a)(c-a)(c+a) + (a-b)(a-b)(a+b) = \\ &= (b-c)(c-a)(a-b) + (b-c)(c-a)(a-b) + (b-c)(c-a)(a-b) = \\ &= 3(b-c)(c-a)(a-b) = 3(b-c) \cdot 3(c-a) \cdot (a-b) = \\ &= \underline{3(b-c)(3c-3a)(3a-3b)} \end{aligned}$$



Задача 5.

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2; \quad y \in \mathbb{Z}; \quad x \in \mathbb{Z}; \quad y \text{ и } x - \text{любые числа от } -\infty \text{ до } +\infty.$$

$$y^4 + y^2 + y^2 = x^2 + 2x$$

Методом подстановки: $y=1$; $1+1+1=2$; $x^2+2x=2$; $x^2+2x-2=0$

$$\sqrt{D} = \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)} = \sqrt{12}$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2}$$



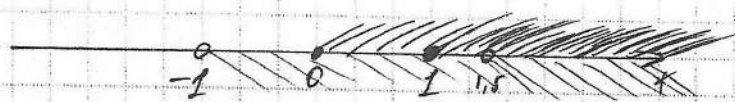
Задача 6.

$$\frac{|x-3|-|x|}{|2x-3|-|x+1|} \leq 0$$

$$\text{Реш: } \begin{cases} x-1 \geq 0; & x \geq 1 \\ x \geq 0 & x \geq 0 \\ 2x-3 > 0; & x > 1,5 \\ x+1 > 0 & x > -1 \end{cases}$$



$$x \in (1,5; +\infty)$$



$$\text{Ответ: } x \in (1,5; +\infty)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

9-10 класс

~2

$$\begin{aligned} x^5 + x + 1 &= (x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) - (x^4 + x^3 + x^2) = \\ &= (x^3(x^2 + x + 1) + x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) = \\ &= x^3(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) = \\ &= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1) \end{aligned}$$

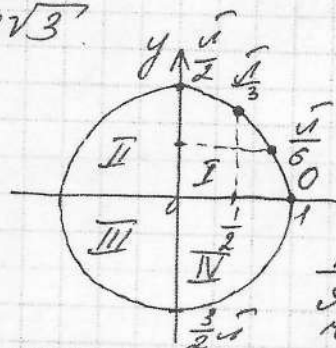
~1

Так как числа идут по возрастанию, то изначально нужно взять как минимум три значащих числа. Пусть это будет трехзначное число, в нашем случае 123. Вычтем из 123 число 45 ($123 - 45 = 78$), получим 78. Из 78 вычтем 64 ($78 - 64 = 14$), получим 14. К числу 14 прибавим 89 ($14 + 89 = 103$), получим 100. В данном случае использовалось ровно три арифметических операций: два вычитания и одно сложение.

$$123 - 45 - 64 + 89 = 100.$$

~3

$\cos \sqrt{3}$



Нарисован единичная окружность и отмечены основные точки на окружности.

Все косинусы значений $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{3\pi}{4}$ четвертой положительны. А косинусы значений $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}$ четвертой отрицательны. За исключением точек $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}$ они являются границами между двумя четвертями, т.е. косинусы в этих точках равны нулю.

Сравним $\sqrt{3}$ и $\frac{\pi}{2}$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$$

$$\sqrt{1} < \frac{\sqrt{5}}{2} < \sqrt{3}$$

$$(\sqrt{5} \approx 2,24)$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

Поэтому $\sqrt{3} > \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{3} \in II$ четверти, тогда $\cos \sqrt{3} < 0$.

Ответ: число $\cos \sqrt{3}$ имеет отрицательный знак

~4

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \quad (1) \quad \text{и} \quad 6,5 \quad (2)$$

Рассмотрим выражение 1:

$$\sqrt{60} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 5} = 2\sqrt{3 \cdot 5}$$

$$\sqrt{84} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 7} = 2\sqrt{3 \cdot 7}$$

$$\sqrt{140} = \sqrt{4 \cdot 5 \cdot 7} = 2\sqrt{5 \cdot 7}$$

Заметим, что вкорнях все три числа встречаются числа 3, 5, 7.

Пусть $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$, $c = \sqrt{7}$, тогда: $(a+b+c)^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^2 = 3 + 5 + 7 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} = 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$.

Мы получили, что квадрат суммы корней чисел: 3, 5, 7 равен квадрату выражения 1, тогда сравним числа:

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$$

$$6,5$$

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{3} < 2$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{5} > 2$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{7} < 3$$

Я сравнил корни этих чисел с числами, к которым они ближе всего по значению.

Сложим значения, к которым они близки:

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$2 + 2 + 3 = 5$$

$$5 < 6,5$$

Погда Ответ: $\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{4} + \sqrt{40} < 6,5$

~4

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2 (\sin 4x - \sin 2x)$$

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2 (\sin^2 x \cdot \cos 2x - \sin 2x)$$

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2 (\sin 2x (1 - \cos^2 2x) - \sin 2x)$$

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2 (\sin 2x (1 - 2\sin^2 2x - 1))$$

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2 (2 \sin 2x \cdot \cos 3x)$$

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 4 \sin 2x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 4 \sin 2x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{\sin 3x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos 3x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin 2x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{\sin 2x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin 2x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin 2x \cdot \cos 3x \quad | \cdot \cos 3x$$

$$2 \sin x = 4 \sin 2x \cdot \cos^2 3x$$

$$2 \sin x = 4 \sin x \cdot \frac{1 + \cos 6x}{2}$$

$$\sin x = \sin x + \sin x \cdot \cos 6x$$

$$\sin x \cdot \cos 6x = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 6x = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Ответ: $\pi; \frac{\sqrt{5}}{12} + \frac{\sqrt{11}}{6}, n \in \mathbb{Z}$.

нобры
корней!

(7)

~ 6

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

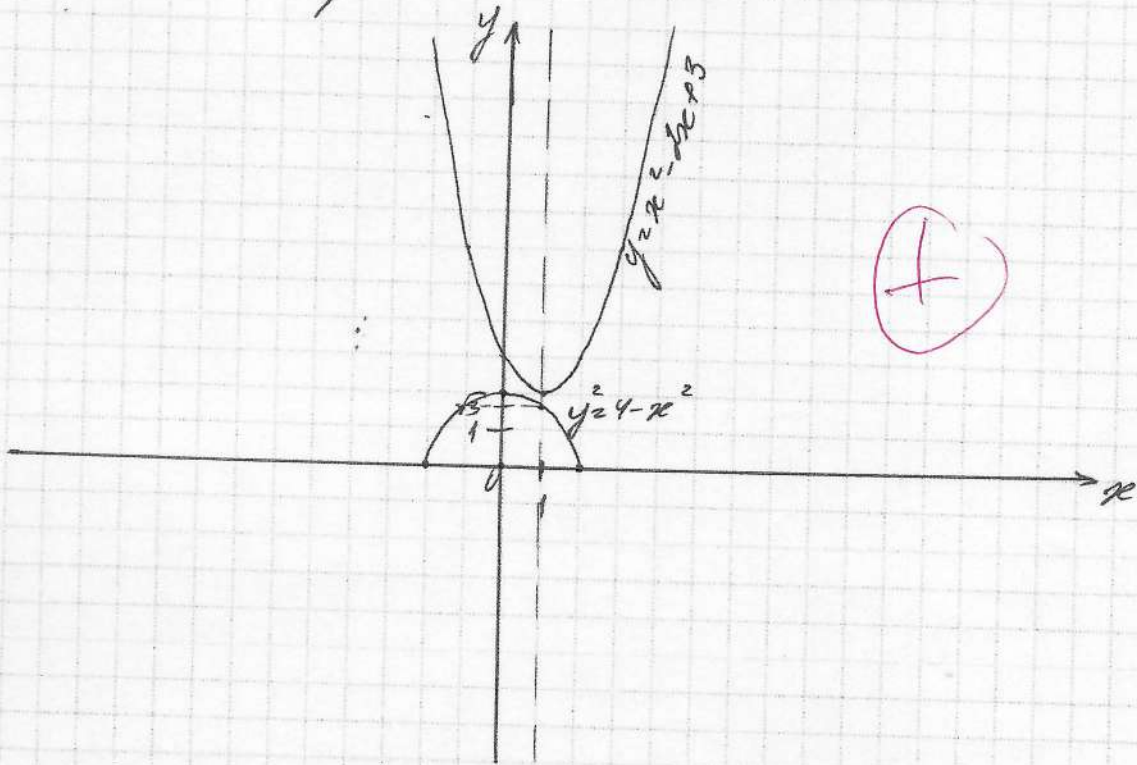
Изобразим графически:

1) $y = x^2 - 2x + 3$ - парабола, ветви ↑

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_0 = 1 - 2 + 3 = 2$$

2) $y = \sqrt{4 - x^2}$ (возведём обе части в квадрат)
 $y^2 = 4 - x^2$ - график окружности, точнее её верхней половины.



На графике видно, что не при каких условиях $y = x^2 - 2x + 3$ не будет меньше $y = \sqrt{4 - x^2}$, то есть

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

делаем вывод, что система не имеет
решений.

Ответ: решений нет.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант – 2

9-10 класс

№1.

Дан ряд 1 2 3 4 5 6 7 8 9, если расставить знаки
следующим образом, 1 2 3 – 4 5 – 6 7 + 8 9, то
значение будет равно 100. Все условия выполнены.

Ответ: 1 2 3 – 4 5 – 6 7 + 8 9

(+)

№2.

$$\begin{aligned} X^5 + X + 1 &= ((X^5 + X^4 + X^3) + (X^2 + X + 1)) - X^4 - X^3 - X^2 = \\ &= X^3 \cdot (X^2 + X + 1) + (X^2 + X + 1) - X^2 \cdot (X^2 + X + 1) = \\ &= (X^2 + X + 1) \cdot (X^3 - X^2 + 1) \end{aligned}$$

Ответ: $(X^2 + X + 1) \cdot (X^3 - X^2 + 1)$

(+)

№3.

Длина единичной окружности равна 2π , длина
её четверти – $\frac{\pi}{2}$, то есть $\frac{3,14}{2} = 1,57$.

$\sqrt{3} \approx 1,73 \Rightarrow$ II четверть

$1,73 \cdot 1,73 = 2,9929$

Значение косинуса в II четверти отрицательно.

Ответ: –

(+)

№4.

Сравните $\sqrt{15 + \sqrt{160} + \sqrt{84} + \sqrt{140}}$ и 6,5.

Запишем первое число: $\sqrt{15 + \sqrt{160} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} = \sqrt{15} + \sqrt{160} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$

4 балла
100%

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{15} \approx 3,87$$

$$3,87 \cdot 3,87 = 14,9769$$

$$\sqrt{60} = 2\sqrt{15} \approx 2 \cdot 3,87 \approx 7,74$$

$$\sqrt{60} \approx \sqrt{7,74} \approx 2,76$$

откуда это? где вычитали?

$$2,76 \cdot 2,76 = 7,6176$$

$$\sqrt{15} + \sqrt{60} = 3,87 + 7,74 = 11,61$$

Поскольку остальные слагаемые, то всего корень $> 6,63$.

$$\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} = 3,87 + 7,74 + \sqrt{84} + \sqrt{140} = 11,61 + \sqrt{84} + \sqrt{140}$$

Из этого следует, что $\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 6,5$.

Ответ: $\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 6,5$.

6.

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}$$

$y = x^2 - 2x + 3$, график параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1; y_0 = 1 - 2 + 3 = 2$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	7	6	3	2	3	6	7

$$y = \sqrt{4-x^2}, y \geq 0$$

$$y^2 = 4 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 4 - \text{график окружности}$$

Поскольку $y \geq 0$, то график полуокружности.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

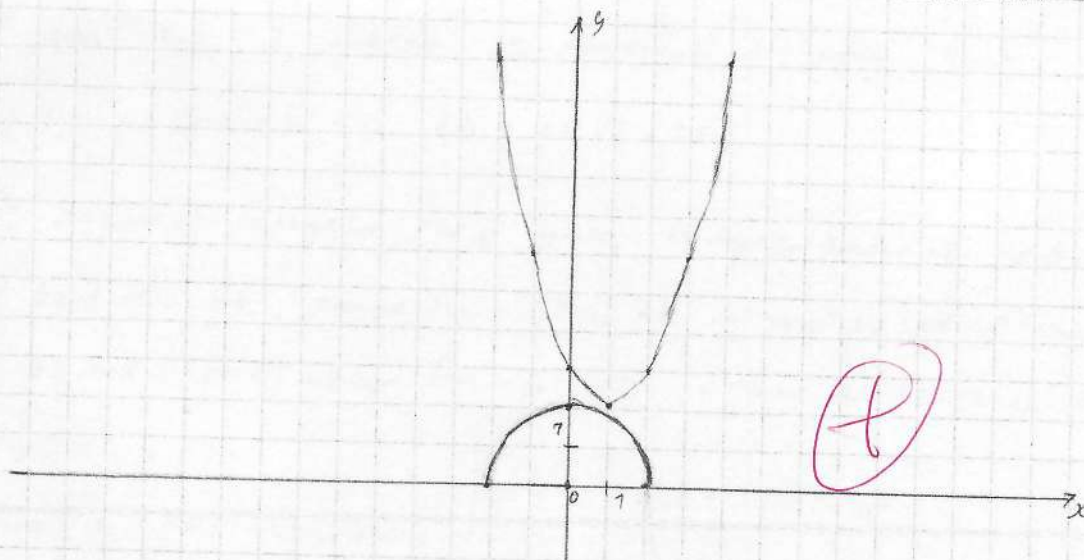
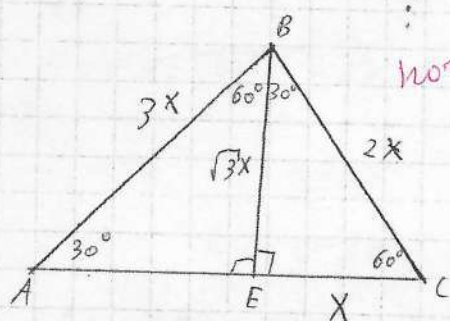


График $y = \sqrt{4-x^2}$ находится полностью под графиком $y = x^2 - 2x + 3$. Следовательно, x в которых выполняются условия $x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}$ не существует. Решений нет.
Ответ: решений нет.

№ 8.



по чему высота?
??

Дано:

$\angle ABC$
 $\triangle ABE \sim \triangle BEC$
 $k = \sqrt{3}$

Найти:

$\angle A - ?$
 $\angle B - ?$
 $\angle C - ?$

Решение

Из подобия следует, $\frac{AB}{BE} = \frac{BE}{EC} = \frac{AE}{BC} = \sqrt{3}$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Пусть $CE = x$, тогда из подобия следует, что
 $BE = CE\sqrt{3} = x\sqrt{3}$ и $AB = BE\sqrt{3} = 3x$.

Из подобия следует, что углы треугольников равны.
 $\angle BEA \neq \angle EBC$, тогда бы $BC \parallel AE$ – что не является верным.
 $\angle BEA \neq \angle BCE$, тогда бы $BC \parallel BE$ – что не является верным.

$$\left. \begin{array}{l} \angle BEA = \angle BEC \\ \angle BEA \text{ и } \angle BEC - \text{смежные} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BEA = \angle BEC = 90^\circ$$

Из прямоугольного $\triangle BEC$:

По теореме Пифагора: $BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = \sqrt{x^2 + 3x^2} = \sqrt{4x^2} = 2x$

$\sin \angle C = \frac{BE}{BC} = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle C = 60^\circ$. Тогда $\angle EBC = 30^\circ$.

~~Из подобия треугольников следует, что:~~

~~$\triangle ABE$:~~

~~$\frac{BE}{CE} = \sqrt{3}$ (из подобия $\triangle A$)~~

~~$\angle A = \frac{BE}{BC}$ Из подобия $\triangle A$ следует, что:~~

~~$\angle ABE = \angle BCE = 60^\circ$~~

~~$\angle A = \angle EBC = 30^\circ$~~

~~$\angle B = \angle ABE + \angle EBC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$~~

Ответ: 30° ; 90° ; 60° .



Место проведения: МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
– г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2.

9-10 класс

Задание №1.

Не изменяя расположения цифр, вставить между
цифрами "+" или "-" так, чтобы в сумме оказалось
число 100:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

Ответ: 100.

Задание №2.

$$x^5 + x + 1$$

$$\begin{aligned} x^5 + x + 1 &= (x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) - x^4 - x^3 - x^2 = \\ &= (x^3(x^2 + x + 1) + x^2 + x + 1) - x^4 - x^3 - x^2 = ((x^2 + x + 1)(x^3 + 1)) - x^4 - x^3 - x^2 = \\ &= ((x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)) - x^4 - x^3 - x^2 = (x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) - \\ &- x^4 - x^3 - x^2 = (x^2 + x + 1) \cdot (x + 1)(x^2 - x + 1) - x^2 \cdot (x^2 + x + 1) = \\ &= (x^2 + x + 1)((x + 1)(x^2 - x + 1) - x^2) = (x^2 + x + 1) \cdot (x^3 + x - x^2) \end{aligned}$$

Ответ: $(x^2 + x + 1)(x^3 + x - x^2)$.

Задание №3.

для cos:



Число $\cos \sqrt{3}$ имеет отрицательный
знак. Потому, что $\cos$ во II четверти
отрицательный

Ответ: отрицательный.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание №4

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} \cup 6,5$$

$$\sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64} \Rightarrow \sqrt{60} \approx 8?$$

$$\sqrt{81} < \sqrt{84} < \sqrt{100} \Rightarrow \sqrt{84} \approx 9?$$

$$\sqrt{121} < \sqrt{140} < \sqrt{144} \Rightarrow \sqrt{140} \approx 12?$$

$$\sqrt{15 + 8 + 9 + 12} = \sqrt{44} \Rightarrow 6,5 = \sqrt{42,25}$$

$$\sqrt{44} > \sqrt{42,25} \Rightarrow \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5.$$

Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$

Задание №6.

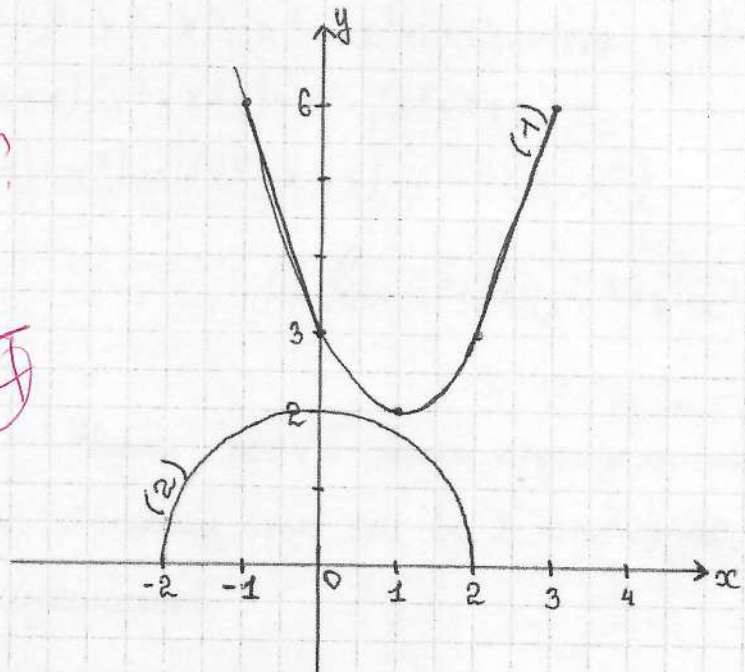
$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 & (1) \\ y = \sqrt{4 - x^2} & (2) \end{cases}$$

$$y = \sqrt{4 - x^2} \quad (2)$$

где отбрасываем?

(7)



Ответ: нет корней.

Место проведения ФГБОУ ВО ИРГУПС - г.Иркутск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

9-10 класс

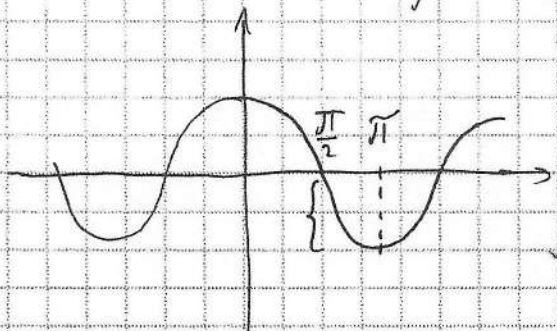
№1

Можно получить число 100 следующим способом:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

№3

Рассмотрим график функции $y = \cos x$



$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$\frac{\pi}{2} \approx 1,57$$

$$\frac{\pi}{2} < \sqrt{3} < \pi$$

на графике этому промежутку соответствует значение меньше нуля $\Rightarrow \cos \sqrt{3} < 0$

$$\sqrt{15} + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{940} \quad \sqrt{6,5} \quad \uparrow 2$$

$$15 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{35} \quad \sqrt{42,25}$$

$$\sqrt{15} + \sqrt{21} + \sqrt{35} \quad \sqrt{13,625}$$

3 балла
✓

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{15} + \sqrt{21} \sqrt{13,625 - \sqrt{35}} \uparrow 2$$

$$15 + 2\sqrt{3^2 \cdot 35} + 21 \sqrt{(13,625)^2 - 27,25\sqrt{35} + 35}$$

$$6\sqrt{35} + 27,25\sqrt{35} \sqrt{(13,625)^2 - 1}$$

$$33,25\sqrt{35} \sqrt{12,625 \cdot 14,625} \uparrow 2$$

$$(33,25)^2 \cdot 35 \sqrt{(12,625)^2 \cdot (14,625)^2}$$

$$38694,687 > 34092,158$$

Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$

№6

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

$$x^2 - 2x + 3 : D < 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 3 > 0 - \text{мы можем}$$

возвести неравенство в квадрат и его значение извлечь

$$\begin{cases} (x^2 - 2x + 3)^2 < 4 - x^2 \\ 4 \geq x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 9 - 4 + x^2 < 0 \\ 4 - x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 12x + 5 < 0 \\ (2-x)(2+x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 12x + 5 < 0 \\ x \in (-2, 2) \end{cases}$$

При $x < 0$ в выражении $x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 12x + 5$ все слагаемые будут положительны $\Rightarrow$ значение выражения будет больше нуля

$$\text{Рассмотрим выражение } (x^2 - 2x + 3)^2 - 4x^2$$

$$(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 2x + 5) + x^2$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$(x+1)^2(x^2-2x+1)+x^2$ - это выражение всегда $\geq x^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ оно всегда больше/равно нулю $\Rightarrow x \in \emptyset$

Ответ: $x \in \emptyset$

$\times$

$$x^3+8x^2+42x = y^3-27$$

$$x(x^2+8x+42) = (y-3)(y^2-3y+9)$$

Ни одна из сторон не может равняться нулю, т.к. $x^2+8x+42$ - всегда > 0 ($\Delta < 0$), а $y \in \mathbb{N}$

$\mathbb{N}$

$$\sin 3x - \sin x = 2(\sin 4x - \sin 2x)$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2(2\sin 2x \cos 2x - \sin 2x)$$

$$\frac{\cos x \sin 3x - \sin x \cos 3x}{\cos 3x \cos x} = 2\sin 2x(2\cos 2x - 1)$$

$$\frac{\sin 2x}{\cos 3x \cos x} - 2\sin 2x(2\cos 2x - 1) = 0$$

$$\sin 2x \left(\frac{1}{\cos 3x \cos x} - 4\cos 2x - 2 \right) = 0$$

$$\sin 2x \left(\frac{2}{\cos 2x + \cos 4x} - 4\cos 2x - 2 \right) = 0$$

$$\sin 2x \left(\frac{2}{\cos 2x + 2\cos^2 x - 1} - 4\cos 2x - 2 \right) = 0$$

$$1) \sin 2x = 0$$

$$2x = 2\pi n$$

$$x = \pi n$$

$$2) \cos 2x = t$$

$$\frac{2}{t+2t^2-1} - 4t - 2 = 0$$

$\times$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$2) \frac{2}{t^2 + 2t^2 - 1} - 4t - 2 = 0$$

$$2 - 4t^2 - 8t^3 + 4t - 2t - 4t^2 + 2 = 0$$

$$-8t^3 - 8t^2 + 2t + 4 = 0$$

$$4t^3 + 4t^2 + t + 2 = 0 \quad \text{— нет решений}$$

Ответ: $x = \pi n$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1 9-10 класс

№ 1

Задание 1

Пусть x — число мальчиков, y — число девочек. Составим и решим систему из 2-х уравнений:

• Составим первое уравнение, зная, что девочек втрое больше, чем мальчиков: $y = 3x$;

• Составим второе уравнение. Исходя из условия, мальчики учащиеся делают по 100 руб. а девочки по 200 руб. Тогда количество мальчиков определяет нам C_{x+y}^2 , а количество девочек — как $2C_{x+y}^2$. Тогда из условия учащиеся делают по 100 руб. и девочкам, то второе уравнение будет: $x + y + 2C_{x+y}^2 = 900$

Получим:

$$\begin{cases} y = 3x \\ x + y + 2C_{x+y}^2 = 900 \end{cases}$$

$$\text{Условия: } \begin{cases} x, y \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ x + y + 2 \cdot \frac{(x+y)!}{2!(x+y-2)!} - 900 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ 3x + 3x(3x-1) - 900 = 0 \end{cases}$$

См. на след. странице

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№1 (продолжение)

$$\begin{cases} y=2x \end{cases}$$

$$2x+y+(x+y)(x+y-1)-900=0$$

$$\begin{cases} y=2x \end{cases}$$

$$2 \cdot 3x + 3x(3x-1) - 900 = 0$$

$$\begin{cases} y=2x \end{cases}$$

$$2 \cdot 3x + 9x^2 - 3x - 900 = 0$$

$$\begin{cases} y=2x \end{cases}$$

$$2 \cdot 9x^2 - 900 = 0$$

$$\begin{cases} y=2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -10 & \text{не удовлетворяет условию} \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=20 \end{cases}$$

$$x=10$$

Получается, что мальчиков в классе 10, а девочек — 20.

Ответ: 10; 20.

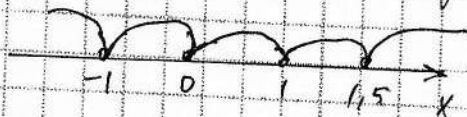
См. на след. странице

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 6

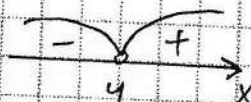
$$\frac{|x-1| - |x|}{|2x-3| - |x+1|} \leq 0$$

Решим неравенство методом критических точек.



1) Пусть $x < -1$:

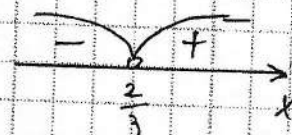
$$\frac{-x+1+x}{-2x+3+x+1} \leq 0 \quad \frac{1}{-x+4} \leq 0 \quad \frac{1}{x-4} \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -1) \cap (4; +\infty) \Rightarrow \emptyset$$

2) Пусть $-1 \leq x < 0$:

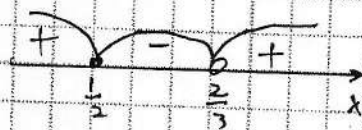
$$\frac{-x+1+x}{-2x+3+x+1} \leq 0 \quad \frac{1}{-3x+2} \leq 0 \quad \frac{1}{3x-2} \geq 0$$



$$x \in [-1; 0) \cap (\frac{2}{3}; +\infty) \Rightarrow \emptyset$$

3) Пусть $0 \leq x < 1$:

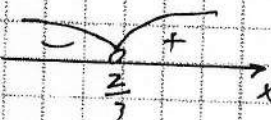
$$\frac{-x+1-x}{-2x+3-x-1} \leq 0 \quad \frac{-2x+1}{-3x+2} \leq 0 \quad \frac{2x+1}{3x-2} \leq 0$$



$$x \in [0; 1) \cap [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \Rightarrow x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$$

4) Пусть $1 \leq x < 1.5$:

$$\frac{x-1-x}{-2x+3-x-1} \leq 0 \quad \frac{-1}{-3x+2} \leq 0 \quad \frac{1}{3x-2} \leq 0$$



$$x \in [1; 1.5) \cap (-\infty; \frac{2}{3}) \Rightarrow \emptyset$$

5) Пусть $x \geq 1.5$:

$$\frac{x-1-x}{2x-3-x-1} \leq 0 \quad \frac{-1}{x-4} \leq 0 \quad \frac{1}{x+4} \geq 0$$



$$x \in [1.5; +\infty) \cap (4; +\infty) \Rightarrow x \in (4; +\infty)$$

См. на след. странице.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 6 (продолжение)

~~Иногда~~ $x \in [0,5; 2]$

Иногда $x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$

Ответ: $[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$

✓ 7

$$\sin^3 x - \sin x \cdot \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cdot \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\sin x (\sin^2 x - \cos 2x - 2) - (6 \sin^4 x \cdot \cos x - \frac{3}{2} \sin 4x - 6 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x - 6 \sin x \cdot \cos x \cdot 2) = 0$$

$$\sin x (\sin^2 x - \cos 2x - 2) - 6 \sin x \cdot \cos x (\sin^2 x - \cos 2x - 2) = 0$$

$$(\sin x - 6 \sin x \cdot \cos x) (\sin^2 x - \cos 2x - 2) = 0$$

$$\sin x (1 - 6 \cos x) (\sin^2 x - 1 + 2 \sin^2 x - 2) = 0$$

$$\sin x (\cos x - \frac{1}{6}) (\sin x - 1) (\sin x + 1) = 0$$

$\sin x = 0$	$\sin x = 0$	$x = \pi K$
$\cos x - \frac{1}{6} = 0$	$\cos x = \frac{1}{6} \Rightarrow$	$x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$
$\sin x - 1 = 0$	$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\sin x + 1 = 0$	$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$

Ответ: $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n; \frac{\pi K}{2}; K, n \in \mathbb{Z}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

9-10 класс

№ 2

$$(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 = b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3 + c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3 + a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = -3b^2c + 3bc^2 - 3c^2a + 3ca^2 - 3a^2b + 3ab^2 = 3bc(c-b) + 3ca(a-c) + 3ab(b-a)$$

№ 4

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} \approx 5,3$$

$$\sqrt{24} = 4,89$$

$$\sqrt{60} = 7,74$$

$$\sqrt{40} = 6,32$$

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{10 + 4,89 + 6,32 + 7,74} = \sqrt{27,95} = 5,28$$

$$5,28 < 5,3 \Rightarrow \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} < 5,3$$

№ 1

Пусть x - количество мальчиков, а $2x$ - количество девочек
мальчик сделал похлопок $x(x-1) + x + 2x(x-1)$

девочка сделала похлопок $2x(2x-1) + 2x + x(2x-1)$

Зная, что всего похлопков было за утро сделано 900, составим и решим уравнение

$$9x^2 = 900$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 - \text{мальчиков}$$

$$2 \cdot 10 = 20 - \text{девочек}$$

Ответ: 10 мальчиков, 20 девочек

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 7

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\sin^3 x - \sin x (\cos 2x + 2) - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \cdot 2 \sin 2x \cos 2x + 6 \sin 2x = 0$$

$$\sin^3 x (1 - 6 \cos x) - \sin x (\cos 2x + 2) + 3 \sin 2x (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\frac{1}{2} (1 - \cos 6x) \cdot (1 - 6 \cos x) - \sin x (\cos 2x + 2) + 3 (\sin 2x (\cos 2x + 2)) = 0$$

$$\frac{1}{2} (1 - \cos 6x) (1 - 6 \cos x) (\cos 2x + 2) (-\sin x + 3 \sin 2x) = 0$$

$\begin{cases} 1 - \cos 6x = 0 \\ 1 - 6 \cos x = 0 \\ \cos 2x + 2 = 0 \\ -\sin x + 3 \sin 2x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \cos 6x = 1 \\ 6 \cos x = 1 \\ \cos 2x = -2 (н.к.) \\ -\sin x + 3 \sin 2x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x = 2\pi n \Rightarrow x = \frac{\pi n}{3} \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \\ x = \pi n \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \end{cases}$
---	---	--

Решу 4 уравнение:

$$3 \sin 2x - \sin x = 0$$

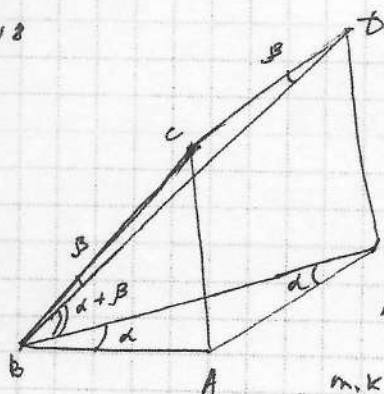
$$3 \cdot 2 \sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (6 \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ 6 \cos x - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \pi n \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \end{cases}$$

Ответ: πn ; $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$; $\frac{\pi n}{3}$; $n \in \mathbb{Z}$

№ 8



Решение:

Пусть $\angle ABE = \alpha$, $\angle BDC = \beta$

т.к. $AB = AE \Rightarrow \triangle ABE - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle AEB = \alpha$

т.к. $AC = CD \Rightarrow \triangle BCD - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle CBD = \beta$

т.к. $2\angle ABC = \angle EBD$, то $\angle EBD = \alpha + \beta$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Проведем $AC \parallel EF$

Рассмотрим $ACDE$. Это параллелограмм, т.к. $CD \parallel AF$, $AC \parallel EF \Rightarrow$

$$AC = CE = a$$

П.к. все стороны равны $\Rightarrow ABCD$ - ромб

Рассмотрим $\triangle ABC$

Он равносторонний $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$

Ответ: 60°



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 2

9-10 класс

~ 6

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

Вскрещивает выражения $x^2 - 2x + 3$ левые куля,
значит $x^2 - 2x + 3$ всегда больше куля

$$(x^2 - 2x + 3)^2 < 4 - x^2$$

$$(x^2 - 2x + 3)^2 + x^2 < 4$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$x_0 = 1$$

$$y_0 = 2$$

$$y_{\text{мин}} = 2 \Rightarrow y_{\text{мин}}^2 = 4$$

$$(x^2 - 2x + 3)^2 \geq 4 \quad \left| \Rightarrow \text{выражение } (x^2 - 2x + 3)^2 + x^2 < 4 \text{ решений не имеет} \right.$$

$$x^2 \geq 0$$

Ответ: решений нет

~ 2

$$x^5 + x + 1 = x^5 + x + 1 + x^4 + x^3 + x^2 - x^4 - x^3 - x^2 = (x^5 + x^4 + x^3) + (x^2 + x + 1) + (-x^4 - x^3 - x^2) = x^3(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 + 1 - x^2)$$

~ 3

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{3} > \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{3} < \pi \end{array} \right| \Rightarrow \sqrt{3} \in \Pi_2$$

$$\cos \text{ во } \Pi_2 < 0 \Rightarrow \cos \sqrt{3} < 0$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~ 1

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

~ 4

~~$$6,5 < \sqrt{42,25}$$~~

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} < 6,5$$

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} < 42,25$$

$$\sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} < 27,25$$

$$2(\sqrt{15} + \sqrt{21} + \sqrt{35}) < 27,25$$

$$\sqrt{15} + \sqrt{21} + \sqrt{35} < 13,625$$

$$3,8 < \sqrt{15}$$

$$4,5 < \sqrt{21}$$

$$5,9 < \sqrt{35}$$

$$\sqrt{15} + \sqrt{21} + \sqrt{35} > 14,2$$

$$14,2 > 13,625$$

$$\Rightarrow \sqrt{15} + \sqrt{21} + \sqrt{35} > 13,625$$

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1 9-10 кл.

$$\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{10} + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} = 3\sqrt{10} + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{15} \approx 9,54 + 4,90 + 7,75 = 22,19$$

$\sqrt{6}$

$$\frac{|x-1|}{|2x-3|} = \frac{|x|}{|x+1|} \leq 0 \quad x \neq 4 \quad x \neq \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} |x-1| - |x| \leq 0 \\ |2x-3| - |x+1| > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-1| - |x| \geq 0 \\ |2x-3| - |x+1| < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-1| - |x| \leq 0 \\ |2x-3| - |x+1| < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-1| - |x| \geq 0 \\ |2x-3| - |x+1| < 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x \in [\frac{1}{2}; +\infty) \\ x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \\ x \in (\frac{2}{3}; 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \\ x \in (\frac{2}{3}; 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \\ x \in (\frac{2}{3}; 4) \end{cases}$$

$$x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$$

$$x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cup (4; +\infty)$$

$$n2 (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3$$

$$= (a-b)(-3b^2c + 3c^2 + 3ab - 3ac)$$

$$= (a-b)(-3(bc - c^2 - ab + ac))$$

$$= 3(a-b)(bc - c^2 - ab + ac)$$

$$= 3(a-b)(c(b-c) - a(b-c))$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$3(a-b)(b-c)(c-a)$$

№ 8.

Пусть α - угол при основании BE в $\triangle ABE$

β - угол при основании BD в $\triangle ABCD$

$$\alpha + \beta = \angle DBE$$

$$\begin{aligned} \angle AED + \angle CDE &= (\alpha + \angle BED) + (\beta + \angle BDE) = \\ &= (\alpha + \beta) + (\angle BED + \angle BDE) = \angle DBE + (180^\circ - \\ &- \angle DBE) = 180^\circ \Rightarrow AE \parallel CD \end{aligned}$$

$AC = DE = AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$ Ответ: 60°

№ 9.

x - количество мальчиков

$2x$ - количество девочек

$$x + 2x = \sqrt{900}$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

10 мальчиков

$$2x = 2 \cdot 10 = 20 \text{ девочек}$$

Ответ: 10 мальчиков, 20 девочек

№ 7.

$$\text{Ответ: } x = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

(N1) 10(T) - Вариант II

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Т.к. как нужно получить 100, то у нас не должно быть 4х знаках чисел, т.к. получившееся число всегда будет > 100

пример:

$$1234 - 5 - 6 - 789 = 336$$

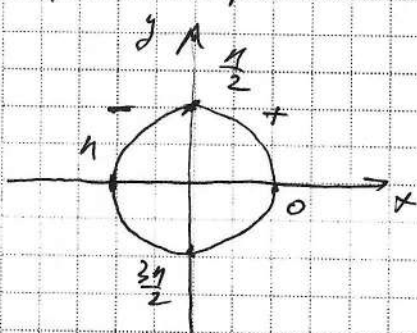
попробуем т.к. как нужно поставить только 3 знака обязательно найдем 3х значное число (4х значное не подходит, 5ти значное тем более не подходит)

попробуем разложить так

$$123 / 45 / 67 / 89$$

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100 \quad \text{подходит!}$$

триг. окр.



(N2)

cos по оси x: $\begin{pmatrix} -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$ проме.
 $\begin{pmatrix} \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \end{pmatrix}$ отрез.

т.к. $\sqrt{3} > 0$ то будем рассматривать

~~от $\frac{\pi}{2}$ до $\frac{3\pi}{2}$~~ $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$

в $\frac{\pi}{2}$ $\cos \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \left[0; \frac{\pi}{2} \right)$ проме., а $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right]$ отрез

$$\frac{\pi}{2} = \frac{3.14}{2} = 1.57$$

$$\sqrt{3} > \sqrt{3.16}$$

$$\sqrt{3.16} = 1.6 \Rightarrow \sqrt{3} > 1.6$$

$$\sqrt{3} < \pi \Rightarrow \sqrt{3} < \sqrt{3.14}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Д.К. $\begin{cases} \sqrt{3} > 1,6 \\ \sqrt{3} < \sqrt{3,74} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3} > \frac{n}{2} \\ \sqrt{3} < n \end{cases}$ значит нам подходит
 $(\frac{n}{2}, n]$ на данном отрезке косинус отрицательный,
 значит ~~$\cos \sqrt{3}$~~ ~~меньше~~ чем $\cos \sqrt{3}$ имеет
 знак минус.

$$\sqrt{15+60+84+40} = 65$$

$$1) \underline{65} = \sqrt{4225}$$

2) 560

$$y_5 = \sqrt{56,25}$$

$$\sqrt{56,25} < \sqrt{60}$$

$$25 < 560$$

$$\sqrt{84}$$

$g = 581$

$$\sqrt{81} < \sqrt{89}$$

$$9 < \sqrt{84}$$

✓ 290

$$11 = \sqrt{121}$$

$$\sqrt{121} < \sqrt{790}$$

$$11 < \sqrt{140}$$

$$3) \sqrt{15 + 2,5 + 9 + 11} < \sqrt{10 + 50 + 58 + 52} \quad (\text{no 12})$$

a) $\sqrt{15 + 25 + 9 + 11} = \sqrt{425}$

5) $\sqrt{42,5} > \sqrt{42,25} \Rightarrow \sqrt{42,5} > 6,5$

6) $\sqrt{15+56+84+110} > 65$

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

$$4 - x^2 \geq 0.$$

$$x^2 < 4$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

OP3 [-2, 2]

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

• при $x \in [-2; 0)$ $x^2 - 2x + 3 > 3$ $3 > 2$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}$ не верно

• при $x = 0$ не верно

~~$x^2 - 2x + 3$~~

$0^2 - 2 \cdot 0 + 3 < \sqrt{4-0^2}$

$3 < \sqrt{4}$

$3 < 2$

• при $x \in (0; 2]$

$x^2 - 2x + 3 \geq 2$

$2 < \sqrt{4-x^2}$ не верно.

не при каких значениях
не выполняется

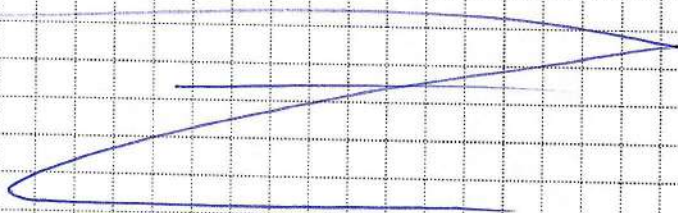
$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4-x^2}$

Ответ: нет корней

(15)

$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3$

$\forall x \in \mathbb{N} \quad y \in \mathbb{N}$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

вариант 2 9-10 класс

Задание 1.

1) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 100$

2) $123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$

3) $123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$



4 балла
Реш

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 2

$$\begin{aligned}x^5 + x + 1 &= x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x + 1 = x^2(x^3 - x^2 + 1) + x^4 + x^3 - \\&- x^3 - x^2 + x + 1 = x^2(x^3 - x^2 + 1) + x(x^3 - x^2 + 1) + x^3 - x^2 + 1 = \\&= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)\end{aligned}$$

(+)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание 3

$$1,89 < 3 < 3,14$$

$$3,1 < \pi < 3,2$$

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

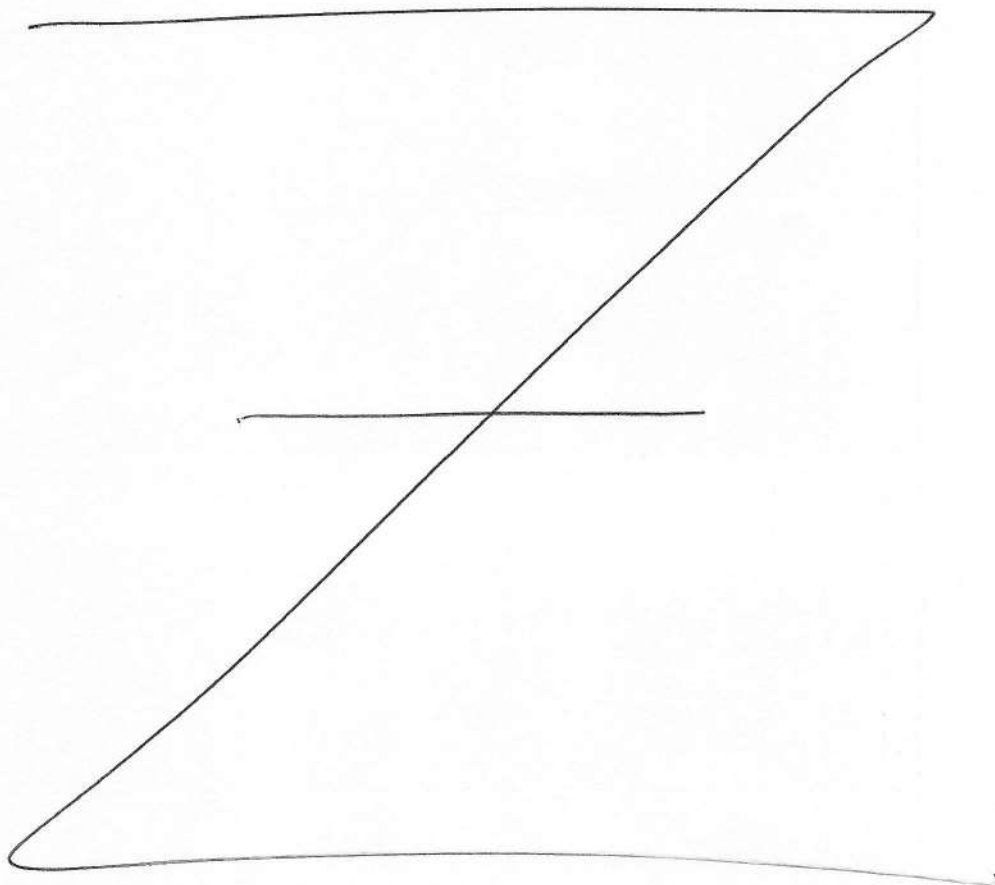
$$1,55 < \frac{\pi}{2} < 1,6$$

если $\angle \in (0; \frac{\pi}{2})$, то $\cos \angle > 0$

если $\angle \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$, то $\cos \angle < 0$

итак $\frac{\pi}{2} < \sqrt{3} < \pi$ тогда $\cos \sqrt{3} < 0$

Ответ: $\cos \sqrt{3} < 0$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 4

$$56,25 < 60 < 64 \\ 7,5 < \sqrt{60} < 8$$

$$81 < 84 < 90,25 \\ 9 < \sqrt{84} < 9,5$$

$$132,25 < 140 < 144 \\ 11,5 < \sqrt{140} < 12$$

$$28 < \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} < 29,5$$

$$43 < 15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} < 44,5$$

$$6,5^2 = 42,25, \text{ т.е. } 6,5 = \sqrt{42,25}$$

итак

$$\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5, \text{ т.к.}$$

$$15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140} > 42,25$$

Ответ: $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}} > 6,5$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}$$

1) $y = x^2 - 2x + 3$

$$x_0 = 1; y_0 = 1 - 2 + 3 = 2$$

$$x^2 - 2x + 3 \geq 2$$

2) $y = \sqrt{4 - x^2}$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = 4 - x^2 \end{cases}$$

$$y \geq 0$$

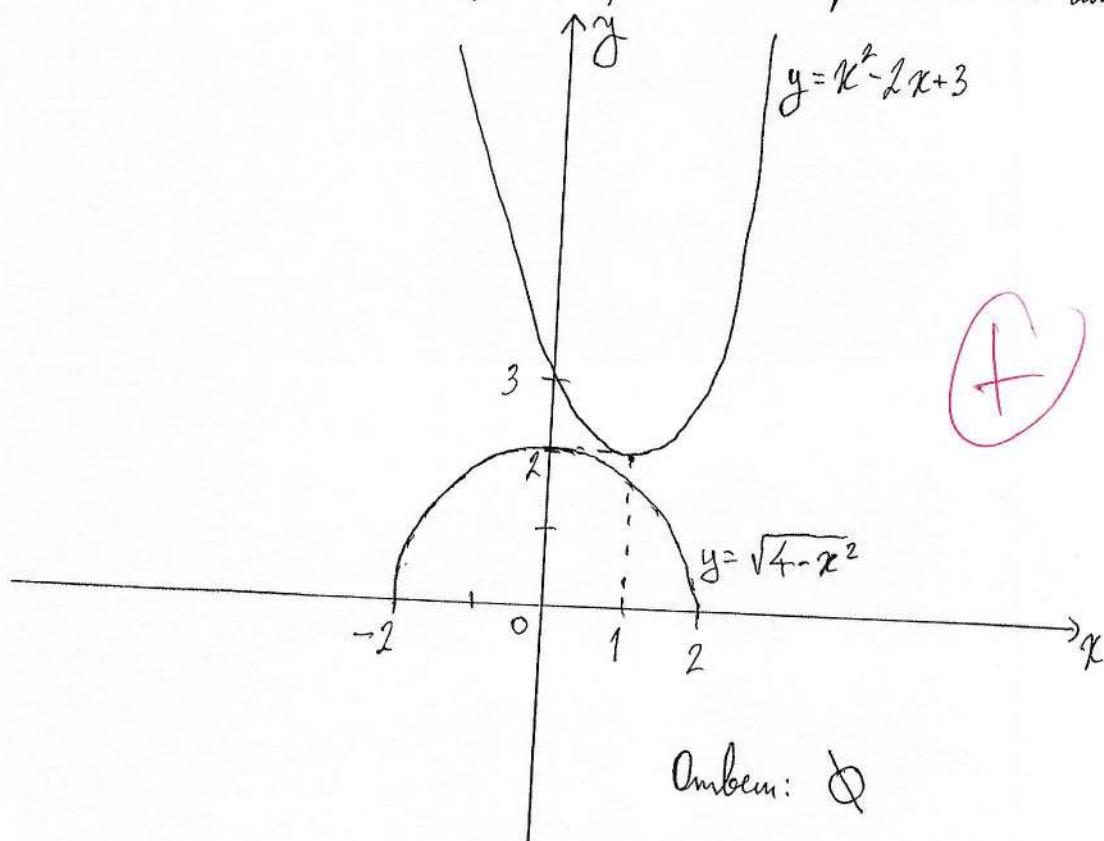
$$x^2 + y^2 = 4 - \text{окружность}$$

с центром $(0; 0)$ и радиусом 2

$$(y \geq 0)$$

$$\sqrt{4 - x^2} \leq 2$$

тогда исходное неравенство решений не имеет



Ответ: $\emptyset$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 7

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2(\sin 4x - \sin 2x), \quad \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}$$

$$m, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2 \cdot 2 \cdot \sin \frac{4x - 2x}{2} \cdot \cos \frac{4x + 2x}{2}$$

$$\frac{\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin x \cos 3x$$

$$\frac{\sin 2x}{\cos 3x \cdot \cos x} = 4 \sin x \cdot \cos 3x \quad / \cdot (\cos 3x \cdot \cos x) \neq 0$$

$$\sin 2x = 4 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 3x$$

$$\sin 2x = \sin 2x \cdot 2 \cos 3x$$

$$\sin 2x (2 \cos 3x - 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0;$$

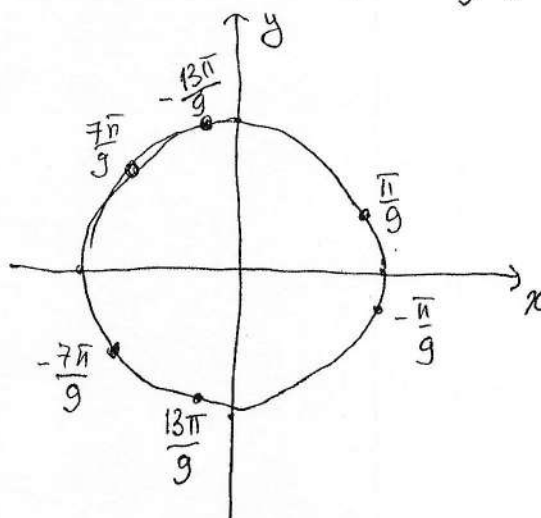
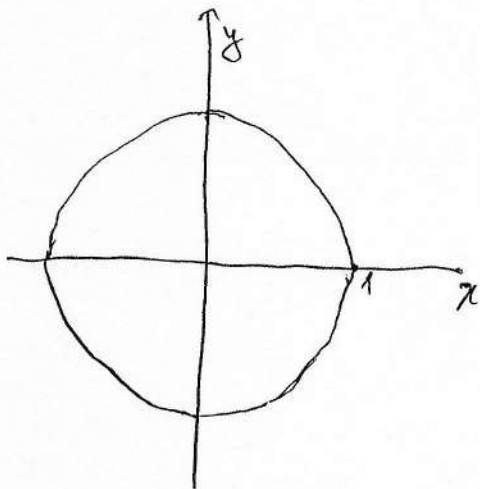
$$2x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$3x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

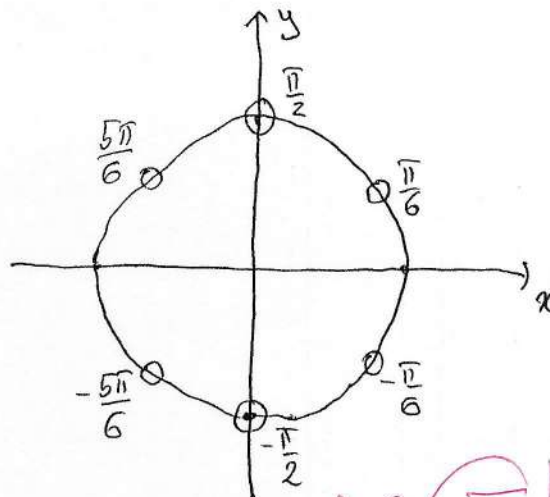
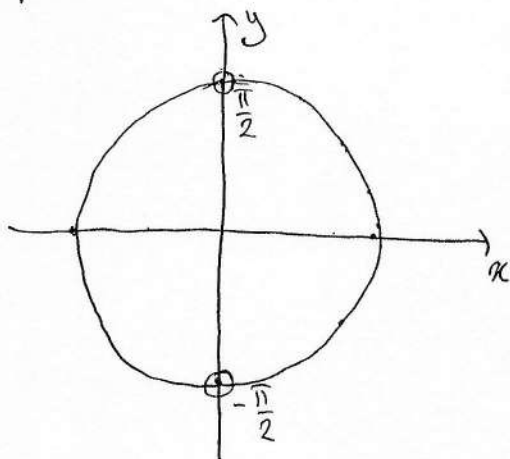
$$x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z} \quad \left(\frac{2\pi k}{3} = \frac{6\pi k}{9} \right)$$



продолжение на след. стр.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

продолжение №7



Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$

?? (7)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

вариант 1

9-10 кл

Задача 1

Число 900 составляет ^{число} 30 умноженное само на себе, т.е. $30 \cdot 30 = 900$

Мальчиков и девочек всего 30 частей, 2 части девочек и 1 часть мальчиков

$$30 : 3 = 10 \Rightarrow$$

Мальчиков - 10

Девочек - 20 ($10 \cdot 2 = 20$)

Ответ: девочек 20, мальчиков 10.

Задача 2

$$\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} < 5,3$$

Возведем обе части в квадрат

$$10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \quad 28,09$$

Избавимся от корней возведя все в квадрат

$$100 + 24 + 40 + 60 \quad 889,1481$$

Сложим все числа в левой части

$$224 < 889,1481$$

Задача 3

$$\begin{aligned} (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 &= (b-a)((b-c)^2 - (b-c)(c-a) + (c-a)^2) + (a-b)^3 \\ &= (b-a)((b-c)^2 - (b-c)(c-a) + (c-a)^2 - (a-b)^2) \\ &= (b-a)((b-c)(b+a-2c) + (b+c-2a)(c-b)) = \end{aligned}$$

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железнодорожска - г.Железнодорожск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$= (b-a)(b-c)(3a-3c)$$

Задание 5

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2$$

$$x^2 + 2x - y^4 - y^2 = 0$$

$$f(x) = 2x + 2$$

$$f(y) = -4y - 2y$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x+2}{-4y^3-2y}$$

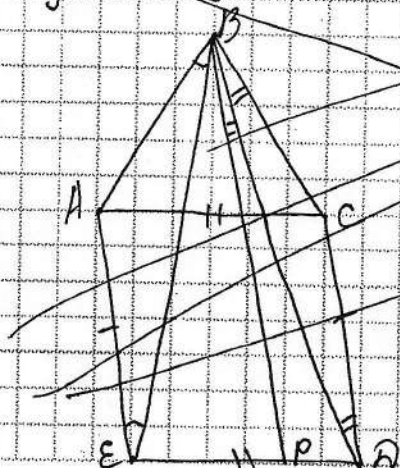
$$\frac{dy}{dx} = - \frac{2(x+1)}{2(-2y^3 - y)}$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{x+1}{-2y^3 - 4}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x+1}{-(2y^2+y)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{2y^3+y}$$

~~Задача 8~~



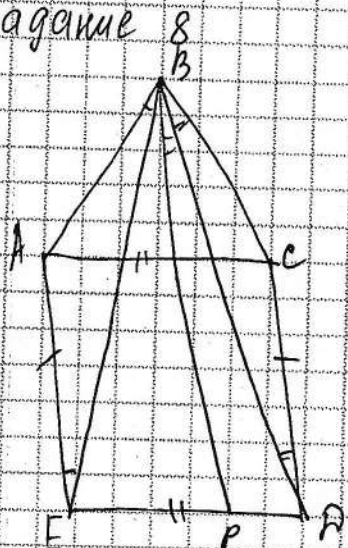
~~Дано: АВСDE - равносторонний
неправильный пятиугольник~~

 ~~$\angle ABE \text{ 6 2 paza } \Rightarrow \angle DBE$~~

Найти: $\angle ABC$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача



Дано: $ABCE$ - равнобедренный
неправильный пятиугольник

$$\angle ABC \text{ в } 2 \text{ раза } > \angle ABE$$

Найти $\angle ABC$

Решение

$$\angle EBA = \angle ABE + \angle CBA$$

Возьмем точку P на стороне EA так, что $\angle EBP = \angle ABE = \angle AEB \Rightarrow BP \parallel AE$

Тогда $\angle PBA = \angle EBA - \angle EBP = \angle CBA = \angle BCP \Rightarrow BP \parallel CA$
 $\Rightarrow AE \parallel CB$, тогда $ABCE$ - параллелограмм.

Потому что $AC = EA$, т.е. $\triangle ABC$ равнобедренный $\Rightarrow$

$$\angle ABC = 60^\circ$$



Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

9-10 класс

1. Мальчиков = x Девочек = $2x$ $x + 2x$ - полковников директоров $2x^2 + 2x^2$ - полковников между мальчиками и девочками $x(x-1)$ - товарищам $2x(2x-1)$ - подругам

$$4x^2 + 3x + x(x-1) + 2x(2x-1) = 900$$

$$4x^2 + 3x + x^2 - x + 4x^2 - 2x = 900$$

$$4x^2 + 4x^2 + x^2 = 900$$

$$9x^2 = 900$$

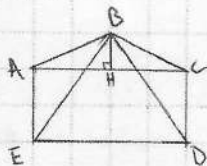
$$x^2 = 100$$

$$x = 10$$

$$x = -10 \text{ (н.к.)}$$

Ответ. Мальчиков 10, девочек 20.

8.



Дано:

Равносторонний неправильный 5-ти уг. $ABCE$

$$AB = BC = CD = DE = EA$$

$$\angle ABC = 2x$$

$$\angle DBE = x$$

Найти: $\angle ABC$ 1) # Соединим AC . $AC = ED$

$$AC = AB = BC \Rightarrow \triangle ABC \text{ равносторонний}$$

2) Проведем высоту BH (она же биссектриса и медиана)

$$\angle ABH = \angle ABC : 2 = 2x : 2 = x$$

$$\angle ABH = \angle DBE \quad \frac{AB}{2} = \frac{AB}{2} \cdot \frac{1}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\angle ABH = 30^\circ$$

$$\angle ABC = 60^\circ$$

Ответ. 60°

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned}
 7. \quad & \sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0 \\
 & (\sin^3 x - 6 \sin^3 x \cos x) + (\frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x) + (-\sin x \cos 2x - 2 \sin x) = \\
 & = \sin^3 x (1 - 6 \cos x) + (\frac{3}{2} \cdot 2 \sin 2x \cos 2x + 6 \sin 2x) + (-\sin x (\cos 2x + 2)) = \\
 & = \sin^3 x (1 - 6 \cos x) + (3 \sin 2x (\cos 2x + 2) + (-\sin x (\cos 2x + 2))) = \\
 & = \sin^3 x (1 - 6 \cos x) + (\cos 2x + 2) (3 \sin 2x - \sin x) = \\
 & = \sin^3 x (1 - 6 \cos x) + (\cos 2x + 2) (3 \cdot 2 \sin x \cos x - \sin x) = \\
 & = \sin^3 x (1 - 6 \cos x) + (\cos 2x + 2) (\sin x (6 \cos x - 1)) = \\
 & = \sin^3 x (1 - 6 \cos x) - (\cos 2x + 2) (-\sin x (1 - 6 \cos x)) = \\
 & = \sin x (1 - 6 \cos x) (\sin^2 x - (-\cos 2x - 2)(-1)) = \\
 & = \sin x (1 - 6 \cos x) (\frac{1 - \cos 2x}{2} - \cos 2x - 2) = \\
 & = \sin x (1 - 6 \cos x) (\frac{1 - \cos 2x - 2 \cos 2x - 4}{2}) = \\
 & = \sin x (1 - 6 \cos x) (\frac{-3 - 3 \cos 2x}{2}) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ 1 - 6 \cos x = 0 \\ \frac{-3 - 3 \cos 2x}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n \\ -6 \cos x = -1 \\ -3 - 3 \cos 2x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \\ 3 \cos 2x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \\ \cos 2x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \\ 2x = \pm \pi + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n \\ x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ. ~~πn~~, $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n$, $\pm \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$



Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2. $(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3$

$$\begin{aligned} & b^3 - 3b^2c + 3b^2c - c^3 + c^3 - 3c^2a + 3ca^3 - a^3 + a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = \\ & = -3b^2c + 3b^2c - 3c^2a + 3ca^3 - 3a^2b + 3ab^2 = \\ & = 3(-b^2c + b^2c - c^2a + ca^3 - a^2b + ab^2) = \\ & = 3(bc(-b+c) + ca(-c+a) + ab(-a+b)) \end{aligned}$$

4. $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}$ и 5,3

$4 < \sqrt{24} < 5$ - ближе к 5

$\sqrt{24} \approx 4,8$

$6 < \sqrt{40} < 7$ - ближе к 6

$\sqrt{40} \approx 6,3$

$7 < \sqrt{60} < 8$ - ближе к 8

$\sqrt{60} \approx 7,7$

$\sqrt{10 + 4,8 + 6,3 + 7,7} = \sqrt{28,8}$

$\sqrt{28,8} > \sqrt{28,09}$

Ответ. $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} > 5,3$